

На правах рукописи

**Силкин Алексей Викторович**

**ОПТИМИЗАЦИЯ РАЗМЕЩЕНИЯ ОПТИЧЕСКИХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ  
СРЕДСТВ В МОДЕЛЯХ ТРАЕКТОРНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ**

Специальность: 05.13.18 – Математическое моделирование,  
численные методы и комплексы программ.

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Санкт-Петербург – 2008

Работа выполнена в Санкт-Петербургском государственном электротехническом университете "ЛЭТИ" им. В.И. Ульянова (Ленина)

**Научный руководитель** – доктор технических наук, профессор Григорьев Ю.Д.

**Официальные оппоненты:**

доктор технических наук, профессор Александров Ю.С.  
кандидат технических наук Мельканович В.С.

**Ведущая организация** – Военно-космическая академия  
имени А.Ф. Можайского

Защита состоится "\_ 15\_ "\_\_\_\_октября\_\_\_\_2008 года в 15<sup>30</sup> час. на заседании диссертационного Совета Д 212.238.01 Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета "ЛЭТИ" им. В.И. Ульянова (Ленина) по адресу: 197376, Санкт-Петербург, ул. Проф. Попова, 5.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке университета.

Автореферат разослан "\_ 11\_ "\_\_\_\_сентября\_\_\_\_2008 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета,  
кандидат технических наук, доцент

Пантелеев М.Г.

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность.** Подготовка и проведение траекторных измерений является сложной и ресурсоемкой задачей. Это делает актуальной проблему планирования измерительного эксперимента, целями которого являются рационализация затрат на проведение измерений и повышение точности оценивания параметров объекта наблюдения. В связи с этим существует потребность в разработке методов и алгоритмов планирования траекторных измерений, которые бы упрощали этот процесс и придавали решению о выборе того или иного плана эксперимента большую достоверность.

Широкий класс задач планирования траекторных измерений составляют задачи оптимального размещения измерительных средств или пространственной оптимизации измерительной системы. Несмотря на большое количество исследований в этой области, многие специфические задачи размещения измерительных средств остаются неизученными. Так, недостаточно исследованы задачи размещения оптических измерительных средств, которые обладают рядом затрудняющих их решение характеристик.

Специфика задачи оптимизации размещения оптических измерительных средств в *динамической* модели заключается, в частности, в необходимости как выбора точек установки, так и наведения измерительных средств с целью наблюдения движущегося объекта на некотором временном интервале. Таким образом, размещение оптических измерительных средств подразумевает также решение задачи, известной как *планирование расписания измерений*.

Другой недостаточно исследованной, но имеющей важное практическое значение задачей является задача размещения неоткалиброванных оптических измерителей в *статической модели наблюдений*. Особенностью этой задачи является применение *опорных ориентиров*, используемых при расчете пространственных координат объекта наблюдения. Это приводит, помимо усложнения расчета точности оценивания параметров объекта, к проблеме размещения ориентиров в поле зрения измерительных средств.

Представленные задачи характеризуются большой размерностью, многоэкстремальностью, наличием плохо формализуемых ограничений, что препятствует применению аналитических и классических численных методов оптимизации. Для решения подобных задач в областях, смежных с рассматриваемой, с успехом применяются точные и приближенные эвристические методы оптимизации различного рода. Это позволяет сделать вывод о целесообразности применения таких методов к решению задач оптимального размещения оптических измерительных средств.

Таким образом, актуальность исследования задач оптимизации размещения оптических измерительных средств для проведения траекторных измерений определяется, с одной стороны, необходимостью автоматизации этого процесса, а с другой – возможностью их эффективного решения с помощью эвристических методов.

**Цель работы и задачи исследования.** Целью работы является разработка методов и алгоритмов оптимального размещения оптических измерительных средств в различных моделях траекторных измерений.

**Исследовательские задачи**, решаемые в диссертационной работе для достижения поставленной цели:

1. Разработка моделей оптимального размещения оптических измерительных средств.

2. Разработка критериев оптимальности размещения оптических измерительных средств.

3. Разработка алгоритмов планирования траекторных измерений, исследование их эффективности.

4. Реализация программных средств планирования траекторных измерений.

5. Решение прикладных задач планирования оптических траекторных измерений.

**Предметом исследования** являются динамические и статические модели оптических траекторных измерений.

**Методы исследований.** В работе использованы методы оптимизации, теории вероятностей, теории оптимального планирования эксперимента, теории стохастического управления и аналитической фотограмметрии.

**Научные положения, выносимые на защиту:**

1. Критерии оптимальности размещения измерительных средств.

2. Алгоритмы оптимизации размещения оптических измерительных средств в линейной динамической модели наблюдения.

3. Алгоритмы оптимального размещения оптических измерительных средств в статической модели наблюдения.

**Научную новизну** составляют следующие результаты:

1. Критерии оптимальности планирования измерений в линейной динамической модели, основанные на усеченном неравенстве Рао-Крамера и обобщенном обращении информационной матрицы Фишера.

2. Подход к формированию критерия оптимальности размещения измерительных средств, учитывающий точность оценивания траекторных параметров и стоимость измерительного комплекса.

3.  $D$ -оптимальные размещения оптических измерительных средств в симметричной модели наблюдений.

4. Аналитические выражения для частных производных угловых координат по элементам ориентирования кадра.

5. Алгоритмы оптимизации размещения измерительных средств в широком смысле, связанного с определением пространственной и временной структуры измерений.

6. Метод адаптации параметров генетических алгоритмов, основанный на совместном учете меры разнообразия и значений целевой функции в популяции.

**Практическая значимость работы** заключается в возможности применения предложенных критериев и алгоритмов при планировании реальных комплексов траекторных измерений.

**Достоверность результатов исследования** подтверждается корректным использованием математического аппарата и результатами экспериментальных исследований на тестовых моделях.

**Внедрение результатов работы.** Результаты работы внедрены в ОАО "НИЦ СПбЭТУ" (Санкт-Петербург) при проведении НИР "Исследование топологии и номенклатуры средств обеспечения испытаний и их расположения на типовом полигоне МО РФ для верификации испытываемого перспективного вооружения и военной техники",

шифр "Шаутбенахт", а также в учебный процесс кафедры "Математическое обеспечение и применение ЭВМ" СПбГЭТУ "ЛЭТИ".

**Апробация работы.** Основные результаты работы докладывались и обсуждались на следующих конференциях:

- XI Международная научно-техническая конференция студентов и аспирантов "Радиотехника, электротехника и энергетика" (Москва, МЭИ(ТУ), 2005);
- XV Международная научно-техническая конференция "Математические методы и информационные технологии в экономике, социологии и образовании" (Пенза, ПГТА, 2005);
- VIII Международная конференция по мягким вычислениям и измерениям SCM '2005 (Санкт-Петербург, СПбГЭТУ "ЛЭТИ", 2005);
- V Всероссийская конференция "Финансово-актуарная математика и смежные вопросы" ФАМ '2006 (Красноярск, 2006);
- IX Международная конференция по мягким вычислениям и измерениям SCM '2006 (Санкт-Петербург, СПбГЭТУ "ЛЭТИ", 2006);
- Межвузовский конкурс-конференция "Технологии Microsoft в теории и практике программирования" (Санкт - Петербург, СПбГПУ, 2007);
- VI Всероссийская конференция "Финансово - актуарная математика и смежные вопросы" ФАМ '2007 (Красноярск, 2007);
- X Международная конференция по мягким вычислениям и измерениям SCM '2007 (Санкт-Петербург, СПбГЭТУ "ЛЭТИ", 2007);
- VII Всероссийская конференция "Финансово-актуарная математика и смежные вопросы" ФАМ '2008 (Красноярск, 2008).

**Публикации.** По теме диссертации опубликовано 11 научных работ, из них 6 статей (1 статья опубликована в научном издании, определенном ВАК), 5 докладов в трудах международных и всероссийских конференций.

**Структура и объём диссертации.** Диссертационная работа состоит из введения, пяти глав, заключения, списка литературы, включающего 145 наименований, и шести приложений. Основная часть работы изложена на 121 странице машинописного текста. Работа содержит 41 рисунок и 16 таблиц.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** обосновывается актуальность диссертационной работы, определяются цель и задачи исследования, формулируются научная новизна и практическая ценность результатов.

**Первая глава** (разделы 1.1-1.3) посвящена аналитическому обзору задач оптимизации размещения измерительных средств и смежных с ними.

В *разделе 1.1* рассматриваются общие положения задачи размещения как в узком, так и в широком смысле. Под *задачей размещения измерительных средств в узком смысле* понимается определение такой пространственной структуры измерительной системы, которая обеспечивает получение информации об объекте измерений некоторым оптимальным образом. Вводится понятие *задачи размещения в широком смысле*, связанной с планированием как пространственной, так и временной структуры измерений.

В *разделе 1.2* представлен обзор литературы, посвященной размещению измерительных средств, или, более общо, структурной оптимизации измерительных систем. В *разделе 1.2.1* рассматриваются работы, посвященные структурной оптимизации измерительной системы в линейной динамической модели, включая основополагающие работы таких авторов, как С.Д. Johnson, Р.С. Müller и Н.И. Weber, Р.К. Mehra, А. Arbel, R.L. Kosut. Общим здесь является подход, основанный на мерах наблюдаемости и управляемости динамической системы; применяются, как правило, эвристические методы решения. Отмечается вклад в развитие методов структурной оптимизации динамических систем отечественных исследователей (А.Ж. Абденов, Н.Д. Бекарева, А.А. Воевода, Г.Ф. Гудзь, В.И. Денисов, Б.Ф. Жданюк, С.Г. Курганский, И.В. Самочернов, М.Б. Синицкий, Г.В. Трошина и др.).

В *разделе 1.2.2* рассматривается литература, посвященная структурной оптимизации измерительной системы в статической модели измерений. Эта задача исследуется в работах таких авторов, как В.П. Козлов, А.В. Небылов, А.П. Орлов, Е. Rafajłowicz, D. Ucinski, S. Martinez, F. Bullo, R. Fritch, G. Olague, R. Mohr, P. Cotae, G.C. Franchi и др. Особо отмечаются задачи, связанные с оптимизацией системы камер в ближней фотограмметрии, которые близки к рассматриваемой в диссертационной работе задаче размещения оптических измерителей в наземной фотограмметрии, но отличаются рядом особенностей, связанных с трехмерностью объекта наблюдения. Общий подход к решению задач такого рода основан на результатах теории планирования эксперимента, а используемые методы решения в большинстве случаев также эвристические.

В *разделе 1.3* представлен обзор литературы, посвященной задачам планирования процесса измерений (управления наблюдениями, расписания измерений) и методам их решения. Применительно к динамическим системам со случайными возмущениями они исследуются в работах таких авторов, как Ф.Н. Григорьев, В.И. Карлов, М.Н. Крайильщиков, В.Б. Колмановский, А.В. Любимов, В.В. Малышев, Е.В. Постников, В.Н. Харисов, В.В. Хуторцев, Ф.Л. Черноусько, L. Meier, J. Pescon, R.M. Dressler и др. Описаны различные подходы к решению этих задач, которые могут быть основаны на теории оптимального управления или теории планирования эксперимента.

На основании аналитического обзора сделан вывод об актуальности темы диссертационной работы.

**Вторая глава** (разделы 2.1-2.3) посвящена анализу моделей оптических измерений и разработке критериев оптимальности размещения измерительных средств.

В *разделе 2.1* производится анализ линейной динамической модели оптических траекторных измерений, предлагаются основанные на ней критерии оптимальности. В *разделе 2.1.1* приводятся краткие сведения о калмановской фильтрации линейных динамических систем в дискретном времени; анализируется модель оптических траекторных измерений. Модель дискретной линейной динамической системы с векторами состояния  $x_n \in \mathbb{R}^p$  и измерений  $y_n \in \mathbb{R}^q$  определяется следующим образом:

$$x_{n+1} = A_n x_n + w_n, \quad y_n = C_n x_n + \xi_n, \quad n = 0, 1, \dots, N, \quad (1)$$

где  $A_n$  – переходная матрица системы,  $C_n$  – матрица измерений,  $w_n \sim N(0, Q)$  и  $\xi \sim N(0, R)$  – гауссовы шумы состояния и измерений. Оценка  $\bar{x}_n$  и ковариационная

матрица  $P_n$  вычисляются по известным соотношениям дискретного фильтра Калмана:

$$\begin{aligned}\hat{x}_n &= \bar{x}_n + K_n(y_n - C_n\bar{x}_n), \\ \bar{x}_n &= A_{n-1}\hat{x}_{n-1}, \\ K_n &= H_{n-1}C_n^T(C_nH_{n-1}C_n^T + R_n)^{-1}, \\ P_n &= (I - K_nC_n)H_{n-1}, \\ H_n &= A_nP_nA_n^T + Q_n.\end{aligned}$$

Пусть вектор состояния в момент времени  $t_n$  задан как  $x_n = (r_n, v_n)$ , где  $r_n$  соответствует координатным, а  $v_n$  – скоростным траекторным параметрам. Тогда матрица состояния  $A_n$  имеет вид

$$A_n = \begin{pmatrix} I & \frac{\Delta t}{2}(I + W_n) \\ 0 & W_n \end{pmatrix},$$

где  $W_n = \text{diag}\{W_{n,ii}\}_{i=1,2,3}$  – матрица относительных приращений скорости с элементами  $W_{n,ii} = \Delta v_{ni}/v_{ni}$ ,  $i = 1, 2, 3$ ,  $\Delta t = t_{n+1} - t_n$ . При добавлении прочих траекторных параметров в модель состояния матрица  $A_n$  сохраняет следующий общий вид:

$$A_n = \begin{pmatrix} I & A_{12} \\ 0 & A_{22} \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Уравнение наблюдений порождается нелинейной моделью

$$y_n = h(x_n) + \xi_n,$$

где  $y_n$  – вектор измерений,  $h : \mathbb{R}^p \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}^q$  – некоторый непрерывно дифференцируемый в смысле Фреше оператор. Такой нелинейной модели соответствует расширенный фильтр Калмана, использующий уравнения, линеаризованные относительно последней оценки  $\hat{x}_n$ . Матрица измерений  $C_n$  размерности  $q \times p$  определяется, как

$$C_n = \frac{dh(\bar{x}_n)}{dx}$$

и для оптических измерений (угловых координат объекта) имеет вид

$$C_n = \begin{pmatrix} C_n^r & 0 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где матрица  $C_n^r$  соответствует координатным параметрам  $r_n$ .

При планировании траекторных измерений необходимо учитывать свойство наблюдаемости пространства состояний динамической системы, т.е. возможность восстановления ее состояний  $x_i$  по измерениям  $y_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ . Обозначим

$$\Phi_{kl} = A_{k-1}A_{k-2}\dots A_l, \quad \Phi_{kk} = I, \quad \varphi_k := \Phi_{k0}, \quad k = 1, \dots, n, \quad (4)$$

$$J_k = \varphi_k^T C_k^T R_k^{-1} C_k \varphi_k, \quad J_n = \sum_{k=1}^n J_k, \quad W_n = \sum_{k=1}^n \varphi_k Q_k \varphi_k^T. \quad (5)$$

Здесь  $\Phi_{kl}$  является матрицей перехода системы из состояния  $x_l$  в состояние  $x_k$ ,  $J_n$  – матрицей наблюдаемости, а  $W_n$  – матрицей управляемости системы. Пространство состояний наблюдаемо тогда и только тогда, когда матрица  $J_n$  невырождена. Однако в диссертационной работе рассматривается модель, для которой сформулировано

**Утверждение 2.2.** Матрица наблюдаемости  $J_n$  модели (1) с матрицами состояний и наблюдений вида (2) и (3) является суммой вырожденных матриц  $J_k$ ,  $k = 1, \dots, n$ , т.е. для любого плана измерений матрица наблюдаемости  $J_n$  вырождена.

Неполная наблюдаемость системы налагает свою специфику на обоснование критериев оптимальности размещения измерительных средств. Количество ненаблюдаемых параметров состояния определяется значением *дефекта наблюдаемости*  $d = p - \text{rank} J_n$ .

В разделе 2.1.2 предлагаются различные подходы к формированию критериев оптимальности измерительной системы. При размещении оптических измерителей параметрами оптимизации являются координаты точек установки и углы выставки (азимут и угол места визирной оси прибора).

В диссертационной работе исследована структура матрицы  $P_n$  в модели (1) с матрицами состояния и измерений вида (2) и (3). Доказано следующее

**Утверждение 2.3.** Пусть  $T_n^r = (C_n^r)^T (H_{n-1}^r + R_n)^{-1} C_n^r$ . Тогда ковариационная матрица  $P_n$  при ненаблюдаемом пространстве состояний  $\mathbb{R}^{p-p'}$  имеет вид

$$P_n = \begin{pmatrix} H_{11} - H_{11} T_n^r H_{11} & H_{12} - H_{11} T_n^r H_{12} \\ H_{21} - H_{21} T_n^r H_{11} & H_{22} - H_{21} T_n^r H_{12} \end{pmatrix},$$

где  $H_{ij}$  – блоки матрицы  $H_{n-1}$  соответствующих размерностей, в частности,  $H_{11}$  – матрица порядка  $p'$ ,  $H_{21} = H_{12}^T$ .

Нижняя и верхняя границы для матрицы  $P_n$  при полной наблюдаемости линейной динамической системы могут быть определены согласно *неравенству Рао-Крамера*

$$(J_n + W_n^{-1})^{-1} \leq P_n \leq J_n^{-1} + W_n, \quad (6)$$

где  $J_n$  и  $W_n$  определены в (5). Данное неравенство не удается распространить на случай ненулевого дефекта наблюдаемости модели (1), тем не менее, мы вправе записать такое неравенство для наблюдаемого подпространства состояний  $\mathbb{R}^{p'}$ :

$$(J_n^r + (W_n^r)^{-1})^{-1} \leq P_n^r \leq (J_n^r)^{-1} + W_n^r, \quad (7)$$

где

$$P_n^r = H_{11} - H_{11} T_n^r H_{11}$$

– ковариация оценок вектора координат,  $J_n^r$  и  $W_n^r$  – соответствующие блоки матриц наблюдаемости и управляемости.

Поэтому, наряду с приводимыми ниже очевидными критериями  $\varphi_1$ - $\varphi_4$ , можно предложить критерии  $\varphi_5$  и  $\varphi_6$ , содержательный смысл которых аналогичен  $\varphi_3$  и  $\varphi_4$ , но продиктован усеченным неравенством (7):

$$\begin{aligned} \varphi_1(P_n) &= \text{tr} P_n \rightarrow \min, & - A\text{-оптимальность,} \\ \varphi_2(P_n) &= |P_n| \rightarrow \min, & - D\text{-оптимальность,} \\ \varphi_3(P_n^r) &= \text{tr} P_n^r \rightarrow \min, & - A(P_n^r)\text{-оптимальность,} \\ \varphi_4(P_n^r) &= |P_n^r| \rightarrow \min, & - D(P_n^r)\text{-оптимальность,} \\ \varphi_5(J_n^r) &= \text{tr}(J_n^r)^{-1} \rightarrow \min, & - A(J_n^r)\text{-оптимальность,} \\ \varphi_6(J_n^r) &= |(J_n^r)| \rightarrow \max, & - D(J_n^r)\text{-оптимальность.} \end{aligned}$$



Кроме критериев  $\varphi_1 - \varphi_6$ , в работе предлагается ряд критериев, связанных с обобщенным обращением информационной матрицы  $M_n$ . Обобщенная обратная матрица Рао  $M_n^-$  определяется следующими свойствами:

$$M_n M_n^- M_n = M_n, \quad M_n^- M_n M_n^- = M_n^-. \quad (8)$$

Матрица  $M_n^-$  определяется соотношениями (8) неоднозначно. Однако в случае существования  $(M_n^r)^{-1}$  одна из таких матриц определяется как

$$M_n^- = \begin{pmatrix} (M_n^r)^{-1} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (9)$$

что приводит к некоторым новым содержательным критериям на основе матриц  $P_n^r$  и  $M_n^r$ . Для определения этих критериев в работе используется следующее

**Утверждение 2.4.** Пусть  $L = (I \ 0)$ , а  $\Delta_1(M_n^-) = M_n^- L (P_n^r)^{-1} L^T M_n^-$  – аналог матрицы, используемой при усеченном  $D$ -оптимальном планировании эксперимента. Тогда

$$\Delta_1 := \Delta_1(M_n^-) = (M_n^r P_n^r M_n^r)^{-1}. \quad (10)$$

На основе матрицы  $\Delta_1$  и аналогичной ей  $\Delta_2 = P_n^r M_n^r P_n^r$  предлагаются следующие критерии ковариационно-информационного типа:

$$\begin{aligned} \phi_1(P_n^r, M_n^r) &= \text{tr} \Delta_1 \rightarrow \min, & - A(\Delta_1)\text{-оптимальность,} \\ \phi_2(P_n^r, M_n^r) &= |\Delta_1| \rightarrow \min, & - D(\Delta_1)\text{-оптимальность,} \\ \phi_3(P_n^r, M_n^r) &= \text{tr} \Delta_2 \rightarrow \min, & - A(\Delta_2)\text{-оптимальность,} \\ \phi_4(P_n^r, M_n^r) &= |\Delta_2| \rightarrow \min, & - D(\Delta_2)\text{-оптимальность.} \end{aligned}$$

Перейдем теперь непосредственно к построению критерия оптимизации на основе функционалов  $\varphi_1 - \varphi_6$  и  $\phi_1 - \phi_4$ . Будем строить его таким образом, чтобы он обеспечивал максимальную точность обработки измерений при как можно меньшем числе  $m$  задействованных измерителей.

В качестве критерия точности на интервале  $[t_0, t_N]$  рассмотрим функционал

$$F_1(S) = \sum_{n=1}^N \psi_n(S) \rightarrow \min,$$

где  $S$  – вариант размещения, заданный множеством установленных измерителей,  $\psi_n(S)$  – один из функционалов  $\varphi_1 - \varphi_6$  и  $\phi_1 - \phi_4$ , вычисленный по  $n$  измерениям.

Введем в качестве штрафной функции возрастающую функцию от числа измерителей  $F_2(m)$  и определим целевой функционал  $f(F_1, F_2)$ , параметрически зависящий от  $m$ . В качестве свертки критериев используется функционал мультипликативного типа

$$f(F_1, F_2) = F_1^\alpha F_2^{1-\alpha}. \quad (11)$$

Величина  $\alpha$  выбирается исходя из соображений масштабируемости критериев  $F_1$  и  $F_2$ . В качестве  $F_2$  выбирается положительная монотонно возрастающая функция, удовлетворяющая условию  $F_2(0) = 0$ . При реализации алгоритмов оптимизации в работе выбрана штрафная функция  $F_2(S) = m$ .

В *разделе 2.2* рассматривается статическая модель оптических измерений, предлагаются соответствующие критерии оптимальности. В *разделе 2.2.1* описывается модель оптических измерений, определяемая уравнением перспективной проекции. Пусть  $(x, y, z)$  – пространственные координаты объекта,  $(u, v)$  – координаты его изображения в плоскости кадра. Согласно уравнению перспективной проекции получение изображения  $p^* = (u, v, 1)$  точки  $x^* = (x, y, z)$  задается отображением  $\varphi : x^* \rightarrow p^*$ :

$$p^* = \frac{1}{\tilde{z}} M x^* + \xi,$$

где  $M$  – матрица перспективной проекции, которая определяется *элементами ориентирования* кадра,  $\xi = (\xi_u, \xi_v, 0)$  – вектор ошибок измерений картинных координат,  $\tilde{z}$  – глубина наблюдаемой точки.

В *разделе 2.1.2* рассматриваются подходы к формированию условий оптимальности откалиброванных и неоткалиброванных измерителей. Предположим, что при размещении измерителей выполняются следующие условия:

- измерители откалиброваны, т. е. ошибками оценивания элементов ориентирования можно пренебречь;
- угол места на объект в точке установки каждого измерителя равен нулю;
- область возможного размещения является окружность, центр которой совпадает с точкой наблюдения;
- математическое ожидание координат объекта совпадает с точкой пересечения визирных осей измерителей.

Модель наблюдений такого типа назовем *симметричной*.

**Утверждение 2.5.** *Размещение оптических измерителей в симметричной модели D-оптимально, если выполняется хотя бы одно из условий:*

- 1) *разность азимута из центра области наблюдения на соседние измерители составляет  $\alpha_{i+1} - \alpha_i = \frac{\pi}{m} + \pi n_i, n_i \in \mathcal{Z}, i = 1, \dots, t$ , или  $\alpha_{i+1} - \alpha_i = \frac{2\pi}{m} + \pi n_i, m > 2, n_i \in \mathcal{Z}, i = 1, \dots, t$ ;*
- 2)  *$t$  – четно, измерители образуют две группы по  $t/2$  измерителей в каждой, измерители каждой группы установлены в одной точке, а разность азимутов из центра области наблюдения на группы измерителей составляет  $\alpha_2 - \alpha_1 = \pi/2 + \pi k, k \in \mathcal{Z}$ .*

Если необходима калибровка измерителей, то расчет пространственных координат объекта по измерениям наблюдающих его приборов производится в три этапа.

1. Калибровка, т.е. расчет по опорным ориентирам шестимерного вектора  $L$  элементов ориентирования кадра, осуществляется для каждого измерителя методом Ньютона.

2. Расчет угловых координат объекта для каждого измерителя и оценивание точности их вычисления. Для оценивания точности рассчитывается корреляционная матрица

$$C = B^T W_L B,$$

где  $B$  – матрица Якоби угловых координат по элементам ориентирования и картинным координатам объекта,  $W_L$  – весовая диагональная матрица.

В диссертационной работе найдены аналитические выражения для элементов матрицы  $B$ , что позволяет увеличить точность расчета по сравнению с применяющимися на практике численными методами. Имеет место

**Утверждение 2.6.** Пусть  $r := (r^i)^{i=1,\dots,3}$  – вектор координат изображения объекта во вспомогательной системе координат,  $L := (L^m)^{m=1,\dots,8}$  – вектор рассчитанных элементов ориентирования и координат объекта в кадре. Тогда

$$\frac{\partial \alpha}{\partial L^m} = \begin{cases} \frac{C_{ij}^m r^i r^j}{C_{ij}^m r^i r^j}, & m = 1, \dots, 3, \\ \frac{d_i^m}{C_{ij}^m r^i r^j}, & m = 4, \dots, 8, \end{cases} \quad \frac{\partial \beta}{\partial L^m} = \begin{cases} \frac{C_{ijk}^m r^i r^j r^k}{|r|^2 \sqrt{C_{ij}^m r^i r^j}}, & m = 1, \dots, 3, \\ \frac{D_{ij}^m r^i r^j}{|r|^2 \sqrt{C_{ij}^m r^i r^j}}, & m = 4, \dots, 8, \end{cases}$$

где  $C_{ij}$ ,  $C_{ij}^m$ ,  $C_{ijk}^m$ ,  $d_i^m$  и  $D_{ij}^m$  – индексные массивы, выражения для которых представлены в работе.

3. Расчет пространственных координат объекта по измерениям всех камер. Расчет осуществляется методом Ньютона, а оценивание точности – с помощью ковариационной матрицы оценок координатных параметров  $P(S)$ .

Критерий оптимальности представляет собой свертку, аналогичную (11):

$$F(S) = F_1^\alpha(S) F_2^{1-\alpha}(S), \quad (12)$$

где  $F_1(S)$  –  $A$ - или  $D$ -критерий оптимальности от ковариационной матрицы  $P(S)$ ,  $F_2(S) = |S| \rightarrow \min$ .

В **третьей главе** (разделы 3.1-3.2) представлены разработанные алгоритмы планирования оптических измерений, среди которых *алгоритм ветвей и границ*, *генетический алгоритм*, *гибридный эволюционный алгоритм*.

В *разделе 3.1* приводится описание данных алгоритмов. Разработанный вариант алгоритма ветвей и границ имеет следующие особенности.

*Правило построения дерева вариантов.* Пусть  $D_i$  – множество возможных вариантов выставки измерителя, установленного в точке  $g_i$ ,  $i = 1, \dots, G$ ,  $G$  – общее количество точек установки. Под *вариантом выставки* понимается значение углов выставки измерителя. Варианты выставки различны, если соответствующие им интервалы видимости прибора отличаются не менее, чем на величину дискретности измерений  $\Delta t$ . Зафиксировав точку  $g_i$ ,  $i = G, G-1, \dots, 1$ , с вариантом выставки  $j$ ,  $j = 1, 2, \dots, |D_i|$ , относим к одному множеству варианты, содержащие эту точку, а к другому – не содержащие ее.

*Правило исключения элемента из рассмотрения:* элемент исключается из рассмотрения, если содержит количество точек  $g_i$  больше первоначально заданной верхней границы  $M$  или зафиксированного рекорда (минимальное количество измерителей при полном соответствии ограничениям), либо вариант не удовлетворяет ограничениям.

*Правило выбора ветвей:* односторонний обход дерева вариантов.

Алгоритм ветвей и границ позволяет найти точное решение задачи размещения, но время поиска приемлемо только для задач малой размерности. Для получения приближенного решения в работе предложен и реализован генетический алгоритм, имеющий следующие основные особенности.

*Представление решения.* Хромосома, соответствующая варианту размещения (особи)  $S$ , представляет собой целочисленный вектор

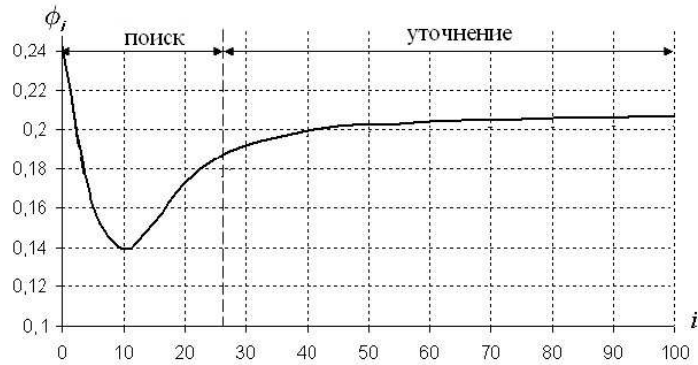
$$\Lambda(S) = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_G), \quad \lambda_i \in [0, |D_i|].$$

Если в точке  $g_i$  установлен измеритель, то  $0 < \lambda_i \leq |D_i|$ , в противном случае полагаем  $\lambda_i := 0$ . Каждый ген  $\lambda_i$  представлен в двоичном коде, под него отводится  $l_i$  разрядов,  $|D_i| \in [2^{l_i-1}, 2^{l_i}]$ ; общая длина хромосомы составляет  $l = \sum_{i=1}^G l_i$  разрядов.

*Целевая функция.* Ограничения учитываются с помощью *внешней штрафной функции*  $p(S)$ , которая определяется в соответствии с *методом имитации отжига* как  $p(M, T) = e^{-q/T}$ , где параметр  $T$  – *температура*, уменьшаемая в процессе выполнения алгоритма, а  $q$  – мера несоответствия ограничениям. Итоговая целевая функция (функция приспособленности)  $\phi(S)$  имеет вид

$$\phi(S) = \frac{p(q(S), T)}{f(S)} \rightarrow \max,$$

где  $f(S)$  – критерий (11). Динамика максимального значения целевой функции в ходе выполнения алгоритма представлена на рис. 1. Алгоритм стартует с решений, в общем случае не удовлетворяющих ограничениям, что приводит к убыванию целевой функции на первых итерациях алгоритма. Далее выполняется поиск области допустимых решений, а затем – уточнение найденного решения.



**Рис. 1.** Динамика функционала  $\phi(S)$  в процессе выполнения алгоритма

*Операторы алгоритма.* Используются турнирный отбор, равномерный кроссовер, проблемно-ориентированный оператор мутации, который равновероятно выполняет добавление, удаление и изменение варианта выставки измерителя.

*Адаптация параметров.* В работе предлагается новый двухуровневый подход к адаптации вероятностных параметров алгоритма, учитывающий *разнообразие популяции* и значения целевой функции. В качестве меры разнообразия используется отношение суммарного расстояния Хэмминга между особями текущей популяции к суммарному расстоянию Хэмминга в начальной популяции. Адаптируются вероятность мутации  $p_m$ , вероятность отбора худшей особи в турнирном отборе  $p_s$ , вероятность наследования генов худшей особи в операторе кроссовера  $p_c$ .

Настройку параметров на уровне популяции реализует следующий функционал от меры разнообразия  $\rho$ :

$$p(\rho) = -\frac{1}{\alpha} \log \left( (e^{\alpha(\bar{p}-p)} - 1)\rho + 1 \right) + \bar{p}, \quad 0 \leq \rho \leq 1, \quad \alpha > 0, \quad (13)$$

где  $p(0) = \underline{p}$ ,  $p(1) = \bar{p}$ ,  $\underline{p}$  и  $\bar{p}$  – верхняя и нижняя граница изменения параметра. Такой метод адаптации позволяет на первых итерациях повысить скорость сходимости алгоритма за счет меньших значений вероятностных параметров, а в дальнейшем увеличить поисковые способности алгоритма, снижая вероятность преждевременной сходимости.

На уровне особей реализована настройка вероятности мутации, которая повышается для менее приспособленных особей и понижается для более приспособленных. Для вероятности мутации особи  $S$  коэффициент  $\alpha$  из (13) определяется следующим образом:

$$\alpha_m = \gamma \frac{\phi(S)}{\bar{\phi}},$$

где  $\bar{\phi}$  – среднее значение целевой функции в популяции,  $\gamma > 0$ .

Тестирование метода адаптации на различных задачах минимизации (сферической функции, функций Растригина и Розенброка) показало существенное улучшение результатов по сравнению с использованием алгоритма без адаптации.

*Критерий останова.* Выполнение генетического алгоритма завершается, когда выполнено максимальное число итераций либо достигнут заданный минимум разнообразия в популяции  $\rho_{min}$ . Результатом выполнения алгоритма являются вариант размещения  $S$  с наибольшим на последней итерации значением целевой функции.

При уточнении решения в области локального экстремума эффективность генетического алгоритма падает за счет уменьшения разнообразия особей в популяции, в связи с чем на этом этапе предлагается использовать эволюционный алгоритм локального поиска (1+1)-EA. Данную модификацию генетического алгоритма назовем *гибридным эволюционным алгоритмом*. Тестирование такого алгоритма показывает существенное снижение вычислительных затрат при сохранении качества результата.

В *разделе 3.2* рассматривается генетический алгоритм размещения оптических измерителей в статической модели наблюдений. Эта задача предполагает совместное наблюдение измерителями некоторой пространственной области. Пусть установленный измеритель ориентируется так, чтобы изображение центра области наблюдения находилось в центре кадра. Тогда точка установки измерителя однозначно определяет его углы выставки, что позволяет применить простейшее бинарное кодирование хромосомы

$$\Lambda = (\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_G),$$

где  $\lambda_i = 1$  при установленном измерителе в точке  $g_i$  и  $\lambda_i = 0$  – в противном случае,  $G$  – количество возможных точек установки. Целевая функция задана в виде

$$\phi(S) = F(S)p(S) \rightarrow \min,$$

где  $F(S)$  – критерий (12),  $p(S)$  – мера несоответствия ограничениям точности.

Начальная популяция генетического алгоритма генерируется случайным образом, используются турнирный отбор, равномерный кроссовер, стандартный бинарный оператор мутации. Процесс завершается либо при получении достижения нижней границы меры разнообразия, либо при выполнении заданного количества итераций.

В **четвертой главе** (разделы 4.1-4.2) исследуется эффективность разработанных алгоритмов применительно к различным задачам планирования оптических измерений.

В *разделе 4.1* рассматриваются задачи оптимизации размещения и расписания измерений оптических измерительных средств (ОИС) при планировании сеанса внешне-траекторных оптических измерений. Описывается постановка таких задач, среди которых – задачи размещения, доустановки, планирования расписания измерений.

Входными данными задачи размещения являются:

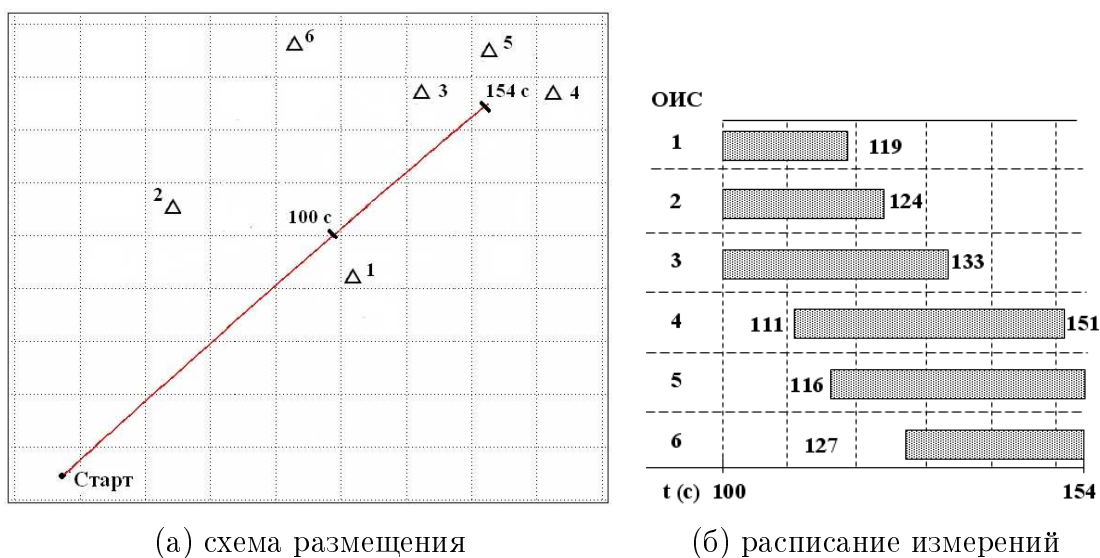
- геодезические координаты возможных точек установки  $g_i$ ,  $i = 1, \dots, G$ ;
- расчетная траектория, заданная координатами стартовой позиции, азимутом прицеливания и таблицей состояний объекта  $x_n = (t_n, r_n, v_n)$  в моменты времени  $t_n$ ;
- параметры приборов.

Установленное ОИС однозначно определяется точкой установки  $g_i$ ,  $1 \leq i \leq G$ , и вариантом выставки  $d_{ij}$ ,  $0 < j \leq |D_i|$ . На размещение налагаются ограничения – минимальная точность оценивания параметров состояния, максимальное число ОИС, минимальное число ОИС, наблюдающих каждую точку.

*Задача размещения ОИС следящего типа.* Данная задача не требует выбора расписания измерений, что снижает размерность задачи и позволяет эффективно применять метод ветвей и границ при числе точек возможной установки  $G \leq 200$ . Исследования размещения, полученные при использовании различных критериев оптимальности. Установлено, что на структуру размещения оказывают влияние априорные вероятностные параметры состояния; степень влияния зависит от выбора объекта оптимизации.

*Задача размещения ОИС обзорного типа.* Эта задача является задачей оптимизации размещения в широком смысле. В приведенном примере представлены решения, найденные с помощью генетического алгоритма, производится их сравнение с интуитивно оптимальными вариантами размещения. Варианты, полученные при помощи разработанного алгоритма, демонстрируют существенное преимущество по точности оценивания траекторных параметров.

**Пример 1.**  $\varphi_1$ -оптимальное размещение 6 ОИС (проекция траектории на земную поверхность, точки установки и интервалы наблюдения) представлено на рис. 2. ОИС можно объединить в две группы, первая из которых (1, 2 и 3) наблюдает объект на начальном, а вторая (4, 5 и 6) – на заключительном участке заданного интервала [100 с, 154 с]. ОИС в каждой группе размещены равномерно вокруг наблюдаемого участка траектории. Использование большинства критериев оптимальности привело к схожим вариантам размещения.



**Рис. 2.**  $\varphi_1$ -оптимальное размещение ОИС обзорного типа

*Задача оптимальной доустановки ОИС.* Данная задача заключается в оптимальном добавлении  $m' > 0$  ОИС к существующим измерительным средствам.

*Задача оптимизации перекрытия интервалов видимости.* Эта задача заключается в поиске оптимального в смысле критерия (11) выборе вариантов выставки  $m$  установленных ОИС. Задачи такого типа известны как задачи *расписания измерений*, или *управления наблюдениями*. Меньшее пространство поиска позволяет во многих случаях получить точное решение за приемлемое время с помощью алгоритма ветвей и границ.

Возможность наблюдения каждой точки более чем одним измерителем, фиксированные варианты выставки и ограничение перекрытия интервалов видимости (минимального количества ОИС, наблюдающих каждую точку) приводят к неэффективности алгоритмов приближенного решения задач управления наблюдениями, основанных на дискретном принципе максимума Понтрягина. Поэтому в качестве приближенного метода решения предлагается описанный выше генетический алгоритм с изменением в кодировании: хромосома представлена вектором  $\Lambda = (l_1, l_2, \dots, l_m)$ , а  $i$ -й ген принимает значение в интервале  $[0, |D_i| - 1]$ , причем значению гена  $l_i$  соответствует вариант выставки с номером  $l_i + 1$ . Тестирование показывает, что эффективность генетического алгоритма повышается при росте отношения количества допустимых вариантов расписания к размеру пространства поиска. Напротив, скорость работы алгоритма ветвей и границ возрастает при малом количестве допустимых вариантов за счет меньшего числа вычислений целевой функции.

В *разделе 4.2* рассматривается задача планирования оптических измерений на заключительных участках траекторий. В *разделе 4.2.1* производится постановка задачи и предлагается алгоритм ее решения. Проведение оптических измерений на заключительных участках траектории имеет следующие основные особенности:

- измерительный комплекс формируется на базе переносных ОИС;
- задача наблюдения объектов фактически сводится к задаче совместного наблюдения некоторой пространственной области в статической модели наблюдений;
- для обеспечения точности обработки измерений необходима калибровка кадров, которая выполняется при помощи метода опорных ориентиров.

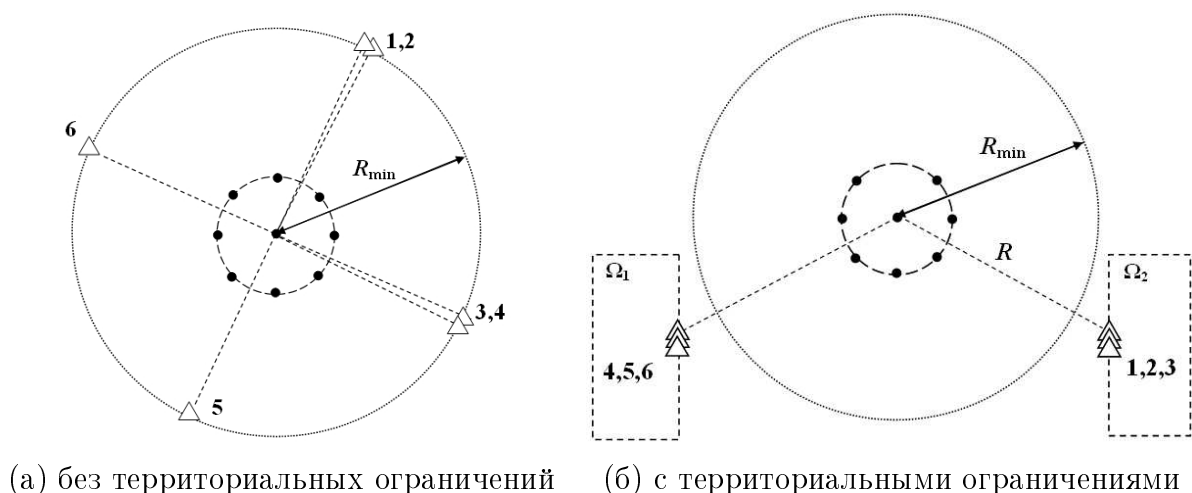
В связи с этим данная задача, помимо размещения ОИС, предполагает также рациональное размещение опорных ориентиров. В разработанном алгоритме ориентиры размещаются равномерно по краю области наблюдения. Входными данными задачи являются область наблюдения, территории размещения  $\Omega = \bigcup_i \Omega_i$ , параметры ОИС.

Каждая возможная позиция установки ОИС в расчетной системе координат характеризуется парой  $(r, \alpha)$ , где  $r$  – расстояние до измерителя,  $\alpha$  – азимут на измеритель. Для каждого  $\alpha_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ , где  $n$  – кратность разбиения, определяется минимально возможное расстояние  $r_i$ ,  $(r_i, \alpha_i) \in \Omega$ , на котором ОИС наблюдает всю заданную область. Если  $r_i$ , удовлетворяющее условиям, существует, то точка  $(r_i, \alpha_i)$  добавляется в множество возможных точек установки  $D$ .

В *разделе 4.2.2* решается задача размещения ОИС для наблюдения объекта на заключительном участке траектории без территориальных ограничений. В *разделе 4.2.3* решается та же задача с территориальными ограничениями.

**Пример 2.** На рис. 3 представлены  $A$ -оптимальные размещения ОИС (область наблюдения, опорные ориентиры, точки установки приборов) в статической модели. Без

территориальных ограничений ОИС размещаются на минимально возможном расстоянии  $R_{\min}$  до центра области наблюдения и образуют группы из 1-2 приборов, угол между которыми близок к прямому. Опорные ориентиры располагаются равномерно в поле зрения ОИС. При наложении территориальных ограничений, представленных на рис. 3 (б), измерители образуют 2 группы с равным количеством ОИС и равным расстоянием  $R$  до центра области наблюдения.  $D$ -оптимальный вариант отличается меньшим расстоянием  $R$ , но большим углом между группами, что позволяет сделать вывод о большем влиянии взаимного расположения измерителей на  $A$ -оптимальный вариант.



**Рис. 3.**  $A$ -оптимальное размещение ОИС в статической модели наблюдений

В **пятой главе** (разделы 5.1-5.3) описана программная реализация алгоритмов планирования размещения ОИС. Реализованные алгоритмы входят в состав программного комплекса планирования и моделирования сеанса траекторных измерений.

В *разделе 5.1* дано общее описание программного комплекса: условия применения, входные и выходные данные. Основной информационной единицей является *модель сеанса измерений*, представленная в XML, которая содержит информацию о территории размещения измерительного комплекса, измерительных средствах, стартовых позициях, расчетных траекториях и др. *Раздел 5.2* содержит описание пользовательского интерфейса: подсистемы визуализации сеанса траекторных измерений, программной реализации размещения ОИС в статической и динамической моделях, оптимизации расписания измерений ОИС. *Раздел 5.3* содержит типовые сценарии работы с реализованным программным обеспечением.

**В приложения 1-6** вынесены необходимые справочные данные о системах координат и их преобразованиях, доказательства утверждений и др.

В *приложении 1* приведены доказательства утверждений главы 2. В *приложении 2* представлены сведения об используемых системах координат, а также соотношения между ними. В *приложении 3* описаны условия попадания точек траектории в поле зрения ОИС обзорного и следящего типов. В *приложениях 4 и 5* приведена методика формирования матриц Якоби элементов ориентирования кадра по картинным координатам изображения точки в кадре и угловых координат по элементам ориентирования. В *приложении 6* представлены схемы вариантов размещения ОИС из главы 4.



## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

1. Поставлена задача размещения в широком смысле, которая заключается в совместной пространственной и временной оптимизации структуры измерений.
2. Предложены критерии точности оценивания параметров объекта наблюдения, основанные на усеченном неравенстве Рао - Крамера для линейных динамических систем и на обобщенном обращении информационной матрицы Фишера. Оба этих подхода позволяют учесть феномен неполной наблюдаемости линейной динамической модели оптических траекторных измерений.
3. Предложен подход к формированию критерия оптимальности размещения измерительных средств, учитывающий, наряду с точностью оценивания параметров состояния объекта наблюдения, стоимость измерительного комплекса. Такой подход применим как к задачам, поставленным в настоящей работе, так и в целом к задачам структурной оптимизации систем измерений.
4. Получены  $D$ -оптимальные размещения откалиброванных оптических измерителей в статической симметричной модели измерений.
5. Получены аналитические выражения для частных производных угловых координат по элементам ориентирования кадра оптического измерителя, что позволяет увеличить точность расчета пространственных координат объекта наблюдения по картинным координатам его изображений.
6. Разработаны точные и приближенные эвристические алгоритмы планирования сеанса оптических траекторных измерений, среди которых алгоритмы размещения и оптимизации расписания измерений ОИС в статической и динамической моделях траекторных измерений,
7. Предложен метод адаптации вероятностных параметров генетического алгоритма, основанный на совместном учете меры разнообразия в популяции и значений целевой функции. Экспериментальная проверка показала повышение эффективности работы генетического алгоритма при использовании данной стратегии адаптации.
8. Разработан двухэтапный гибридный алгоритм оптимизации размещения оптических измерительных средств на основе генетического и  $(1+1)$ -EA алгоритмов, позволяющий сократить вычислительные затраты на поиск оптимального решения при сохранении качества получаемых результатов.
9. Программная реализация разработанных алгоритмов применена к решению прикладных задач планирования оптических траекторных измерений.

### Опубликованные научные работы по теме диссертации

#### в изданиях, определенных ВАК

1. Григорьев, Ю. Д. Задача рациональной расстановки комплекса оптических измерительных средств для проведения внешнетраекторных измерений /Ю. Д. Григорьев, А. В. Силкин // Известия СПбГЭТУ "ЛЭТИ"(Известия Государственного Электротехнического университета), сер. Информатика, упр. и компьютерн. технологии. – 2006. – Вып. 2. – С. 7-12.

**и в других изданиях**

2. *Силкин, А. В.* Генетический алгоритм решения задачи оптимальной расстановки видеокамер /А. В. Силкин // Сб. докладов VIII Междунар. конф. по мягким вычислениям и измерениям SCM'2005, Санкт-Петербург, 27-29 июня 2005 г. – СПб: Изд-во СПбГЭТУ "ЛЭТИ", 2005. – Ч. 1. – С. 243-246.

3. *Силкин, А. В.* Оптимизация расстановки видеокамер в задаче обработки траекторной информации /А. В. Силкин //Математические методы и информационные технологии в экономике, социологии и образованию: сб. статей XV Междунар. научн.-техн. конф., г. Пенза, 25-26 мая 2005 г. – Пенза, 2005. – С. 272-275.

4. *Григорьев, Ю. Д.* Генетический алгоритм минимизации системы оптических измерительных средств для проведения внешнетраекторных измерений / Ю. Д. Григорьев, А. В. Силкин // Управление социально-экономическими системами (информационные технологии, экономика, педагогика, право): сб. науч. тр. /Ин-т экономики и права. – СПб, 2006. – С. 32-35.

5. *Силкин, А. В.* Задача оптимальной расстановки оптических измерительных средств обзорного типа для съема внешнетраекторной информации / А. В. Силкин // Информационные технологии и системы (управление, экономика, транспорт): межвуз. сб. науч. тр. – СПб, 2006. - Вып. 1. – С. 170-175.

6. *Силкин, А. В.* Генетический алгоритм расстановки оптических измерительных средств для проведения внешнетраекторных измерений /А. В. Силкин // Информационные технологии и системы (управление, экономика, транспорт): межвуз. сб. науч. тр. – СПб, 2006. – Вып. 2. – С. 113-117.

7. *Силкин, А. В.* Эвристические алгоритмы оптимизации расстановки оптических измерительных средств для проведения внешнетраекторных измерений /А. В. Силкин// Труды V Всеросс. конф. по финансово-актуарной математике и смежным вопросам ФАМ '2006, г. Красноярск, 3-5 марта 2006 г. – Красноярск, 2006. – Ч. 2. – С. 225-231.

8. *Силкин, А. В.* Генетический алгоритм планирования сеанса внешнетраекторных измерений при ограниченном количестве оптических измерительных средств / А. В. Силкин // Сб. докладов IX Междунар. конф. по мягким вычислениям и измерениям SCM '2006, г. Санкт-Петербург, 27-29 июня 2006 г. – СПб: СПбГЭТУ ("ЛЭТИ"), 2006. - Ч. 2. – С. 230-233.

9. *Силкин, А. В.* Метод оптимального выбора стартовой позиции в задаче планирования траекторных измерений / А. В. Силкин //Информационные технологии и системы (управление, экономика, транспорт, право): межвуз. сб. науч. тр. - СПб, 2007. – Вып. 1(3). – С. 59-62.

10. *Силкин, А. В.* Генетический алгоритм планирования наблюдения за объектами испытаний на конечном участке траектории / А. В. Силкин // Сб. докл. X Междунар. конф. по мягким вычислениям и измерениям SCM'2007, Санкт-Петербург, 25-27 июня 2007 г. - СПб: СПбГЭТУ ("ЛЭТИ"), 2007. – Ч. 1. – С. 310-313.

11. *Силкин, А. В.* Адаптивный генетический алгоритм оптимальной расстановки оптических измерительных средств для проведения внешнетраекторных измерений /А. В. Силкин //Информационные технологии и системы (управление, экономика, транспорт, право): сб. науч. тр. – СПб, 2007. – Вып. 3(5). – С. 64-70.