На правах рукописи

ПАРСАЕВ Николай Владимирович

СИНТЕЗ И АНАЛИЗ ФАЗОКОДИРОВАННЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ С ОДНОУРОВНЕВОЙ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ АВТОКОРРЕЛЯЦИОНОЙ ФУНКЦИЕЙ

Специальность 05.12.04 – Радиотехника, в том числе системы и устройства телевидения

А в т о р е ф е р а т

диссертации на соискание ученой степени

кандидата технических наук

Санкт-Петербург − 2010

Работа выполнена на кафедре информатики и системного программирования Марийского государственного технического университета

Научный руководитель:	доктор физико-математических наук **Леухин Анатолий Николаевич**
Официальные оппоненты:	доктор технических наук, профессор **Ипатов Валерий Павлович** кандидат технических наук, доцент **Бахолдин Владимир Станиславович**
Ведущее предприятие:	Новгородский государственный университет им. Ярослава Мудрого (г. Великий Новгород)

Защита состоится «____» ________ 2010 г. в ______ часов на заседании совета по защите докторских и кандидатских диссертаций Д 212.238.03 при Санкт-Петербургском государственном электротехническом университете «ЛЭТИ» имени В.И. Ульянова (Ленина) по адресу: 197376, Санкт-Петербург, ул. Профессора Попова, 5.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета «ЛЭТИ» имени В.И. Ульянова (Ленина).

Автореферат разослан «____» ___________ 2010 г.

Ученый секретарь совета по защите докторских и кандидатских диссертаций доктор технических наук, профессор С.А. Баруздин

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Диссертация посвящена синтезу фазокодированных последовательностей (ФКП) с одноуровневой периодической автокорреляционной функцией (ПАКФ) и исследованию эффективности синтезированных последовательностей при решении основных задач обработки сигналов в радиотехнических системах.

Актуальность работы. Год от года область применения в радиотехнических системах дискретных кодовых последовательностей с хорошими корреляционными характеристиками неуклонно расширяется. С развитием элементной базы помимо бинарных последовательностей все большее практическое значение приобретают многофазные дискретные последовательности. В широкополосных системах связи ансамбли широкополосных сигнатур строятся на базе последовательностей, оптимальных (асимптотически оптимальных) по минимаксному критерию и объему. В радионавигационных системах ФКП с идеальной ПАКФ используются в качестве дальномерных сигналов, а в локационных системах с непрерывным излучением − в качестве зондирующих сигналов.

На сегодняшний день методами полного компьютерного перебора удалось найти все типы бинарных последовательностей с минимально возможным уровнем боковых лепестков ПАКФ вплоть до значений периода $N = 2^{10} - 1$, основанных на циклических разностных множествах Адамара. Известны следующие неэквивалентные типы бинарных последовательностей с уровнем боковых лепестков $a = -1$: Лежандра, Якоби, Холла, М-последовательности, GMW-последовательности, гиперовальные последовательности Segre и Glynn (1-го и 2-го типа), последовательности Касами (H и B_k типов – частными случаями которых являются 3-term, 5-term и WG-последовательности).

Среди многофазных последовательностей с идеальной ПАКФ известны ЛЧМ-подобные ФКП: коды Фрэнка, коды Задоффа-Чу, коды класса P и многофазные коды Голомба, построенные на основе аппроксимации линейного закона изменения частоты ступенчатым изменением фазы. Также известны бифазные последовательности с идеальной ПАКФ.

К сожалению, несмотря на большое количество развитых подходов к построению ФКП с одноуровневой ПАКФ, следует отметить присущий им существенный недостаток, заключающийся в искусственном ограничении общей задачи синтеза ФКП с одноуровневой ПАКФ. При таких ограничениях фиксируются: значение периода N последовательности, уровень боковых лепестков a, алфавит используемых фаз. В результате не удается найти ответы на общие важные теоретические вопросы: 1) неизвестно число неэквивалентных последовательностей заданного периода N при заданном значении уровня a боковых лепестков ПАКФ; 2) неизвестны правила построения всех возможных неэквивалентных ФКП для произвольного периода N.

В работах А.Н. Леухина была сформулирована общая задача построения ФКП с одноуровневой ПАКФ и получена система уравнений, решения которой, как было показано, являются ответами на поставленные вопросы.

Эти факты обуславливают актуальность настоящей работы – в рамках разработанной общей теории построения ФКП с одноуровневой ПАКФ синтезировать кодовые последовательности, множество которых должны составлять, как известные коды, так и новые неэквивалентные известным коды, в том случае, если они существуют для произвольного периода N и уровня a боковых лепестков.

Цель и задачи работы. Целью диссертационной работы является синтез ФКП с одноуровневой ПАКФ, разработка новых правил кодирования последовательностей и анализ эффективности синтезированных последовательностей. Для достижения поставленных целей в диссертационной работе необходимо решить следующие задачи:

1. Найти аналитические или численные решения задачи синтеза ФКП с одноуровневой ПАКФ для периодов $N = 2,3,...,10$.
2. Синтезировать ФКП с идеальной ПАКФ периодов $N = 2,3,...,10$ и провести сравнительный анализ числа найденных ФКП с числом ранее известных ФКП.
3. Разработать правила кодирования ФКП с одноуровневой ПАКФ для определенных периодов N с уровнем боковых лепестков из допустимого диапазона вещественных значений $a \in [a_{\min}; a_{\max}]$. Определить мощность каждого предложенного правила кодирования.
4. На основе синтезированных ФКП с одноуровневой ПАКФ построить ансамбли последовательностей, оптимальные (асимптотически оптимальные) по минимаксному критерию.
5. Теоретически и экспериментально (путем компьютерного моделирования) исследовать эффективность решения задач обнаружения, распознавания и оценки параметров при использовании синтезированных ФКП с одноуровневой ПАКФ.

Методы исследований. Для решения поставленных в диссертационной работе задач были использованы методы теории сигналов, контурного анализа, теории вероятностей и математической статистики, теории Галуа решения уравнений высоких степеней, теории групп, тригонометрических сумм, численные методы и методы математического моделирования.

Достоверность результатов исследований. Обоснованность и достоверность положений, выводов и рекомендаций подтверждается корректным использованием методов теории групп, теории вероятностей и статистического анализа, теории тригонометрических сумм, а также соответствием теоретических результатов результатам математического моделирования.

Научная новизна работы заключается в теоретических положениях, совокупность которых обосновывает предлагаемые в работе правила построения новых ФКП с одноуровневой ПАКФ и методы формирования на их основе ансамблей многофазных последовательностей, асимптотически оптимальных по минимаксному критерию. В частности, новыми являются следующие теоретические результаты:

1. Впервые общая теория синтеза ФКП с одноуровневой ПАКФ применяется для построения всех ФКП периодов $N = 2,3,...,10$. В результате показана продуктивность общей теории синтеза ФКП с одноуровневой ПАКФ.

2. Формулируются новые правила кодирования ФКП с одноуровневой ПАКФ неэквивалентных известным. Синтезированы новые ФКП с одноуровневой ПАКФ с уровнем a боковых лепестков из допустимого диапазона вещественных значений $a \in [a_{\min}; a_{\max}]$.

3. Разработан регулярный метод формирования ансамблей многофазных последовательностей на основе бесконечного множества ФКП с идеальной ПАКФ для периодов квадратных чисел. Доказана асимптотическая оптимальность построенных ансамблей с позиции близости к теоретической границе Вэлча для корреляционного пика.

4. Проведён анализ эффективности синтезированных ФКП и ансамблей многофазных последовательностей при решении задач обнаружения, распознавания и оценки параметров; получены характеристики правильного обнаружения, распознавания и оценки параметров для предложенных фазокодированных последовательностей.

Практическая ценность работы. Практическое значение результатов работы определяется тем, что на основе новых правил кодирования последовательностей с одноуровневой ПАКФ существенно расширено множество многофазных последовательностей, находящих применение в радиотехнических системах. Синтезированные ФКП обладают оптимальными характеристиками с позиции критериев, полученных в рамках метода максимального правдоподобия, при решении задачи оценки параметров и асимптотически оптимальными с позиции критериев минимизации уровня взаимных помех при асинхронном кодовом уплотнении при решении задач распознавания, поэтому данные последовательности могут быть использованы радионавигационных системах, системах синхронизации и в системах передачи информации с кодовым разделением каналов. Разработанные в рамках диссертационной работы алгоритмы синтеза ФКП с заданными корреляционными характеристиками и построенные на их основе ансамбли могут быть использованы в схемах цифрового синтеза сигналов.

На защиту выносятся следующие положения:

1. Решения задачи синтеза ФКП с одноуровневой ПАКФ для периодов $N = 2,3,...,10$ с уровнем a боковых лепестков из допустимых диапазонов вещественных значений $a \in [a_{\min}; a_{\max}]$.

2. Правила кодирования ФКП для значений периодов квадратных чисел $N = k^2$, чисел, кратных четырем $N = 4 \cdot k$, простых чисел вида $N = 4k + 1 = p$ и простых чисел Ферма вида $N = 2^{2^k} = p$, приводящие к построению неэквивалентных известным ранее ФКП с одноуровневой периодической АКФ с уровнем a боковых лепестков из допустимых диапазонов вещественных значений $a \in [a_{\min}; a_{\max}]$.

3. Метод построения ансамблей многофазных последовательностей, асимптотически оптимальных по минимаксному критерию, на базе бесконечного множества новых ФКП периодов квадратных чисел $N = k^2$ с нулевым уровнем боковых лепестков периодической АКФ.

4. Результаты исследования эффективности синтезированных ФКП и ансамблей на их основе при решении задач обнаружения, распознавания и оценки параметров.

Личный творческий вклад. В совместных работах вклад автора в основные положения, выносимые на защиту был определяющим.

1. Найдены все неэквивалентные ФКП с нулевым уровнем боковых лепестков ПАКФ для периодов $N = 2,3,\ldots,10$, определено число неэквивалентных ФКП, а также общее число ФКП с идеальной ПАКФ, существующих для данных периодов.

2. Получены новые правила кодирования ФКП с заданным уровнем боковых лепестков ПАКФ. Определена мощность каждого метода кодирования.

3. Проведен анализ функций неопределенности ФКП, построенных на основании разработанных правил кодирования. Выполнена классификация и разбиение множества синтезированных фазокодированных последовательностей на классы последовательностей с кнопочной, ножевидной и многолепестковой функциями неопределенности.

4. Разработан метод формирования ансамблей на базе бесконечного множества ФКП с идеальной ПАКФ и проведено доказательство его асимптотической оптимальности по минимаксному критерию.

5. Проведён анализ эффективности синтезированных ФКП с одноуровневой ПАКФ при решении задач обнаружения, распознавания и оценки параметров циклического сдвига и фазового набега; разработан комплекс программ для построения теоретических и экспериментальных характеристик правильного обнаружения, распознавания и оценки параметров ФКП.

Внедрение результатов работы. Теоретические и практические результаты диссертационной работы использованы в НИР, выполняемых по следующим грантам и научным федеральным целевым программам (подтверждено актами о внедрении):

1. Государственный контракт № 02.442.11.7330 в рамках ФЦНТП «Исследования и разработки по приоритетным направлениям науки и техники на 2002 – 2006 годы», «Обобщенная теория синтеза фазокодированных последовательностей с заданным уровнем боковых лепестков циклической автокорреляционной функции», шифр РИ-19.0/001/350, 2006 г.

2. Грант РФФИ, проект № 07-07-00285-а, «Теория синтеза фазокодированных последовательностей с одноуровневой циклической автокорреляционной функцией», 2007 – 2008 г.

3. Грант РФФИ, проект № 09-07-00072-а, «Теория синтеза ортогональных и квазиорогональных алфавитов сигналов на базе дискретных фазокодированных последовательностей », 2009 – 20011 г.

4. Аналитическая ведомственная целевая программа «Развитие научного потенциала высшей школы», мероприятие 1 «Проведение фундаментальных исследований в рамках тематических планов», Федеральное агентство по образованию, тема «Разработка теоретических методов передачи данных дистанционного зондирования лесного покрова по защищенному каналу с помехоустойчивым кодированием», НИР №1.02.09, 2009-2010.

Теоретические и практические результаты диссертационной работы использованы при проведении ОКР по разработке изделий на ОАО «Марийский машиностроительный завод» (подтверждено актом о внедрении), а также внедрены в учебный процесс по специальности 21030068 – «Радиотехника» (магистратура) при изучении дисциплин «Оптимальная обработка радиолокационных и радионавигационных сигналов», «Зондирующие сигналы в радиолокации и радионавигации»; по специальности 21030265 – «Радиотехника» при изучении дисциплины «Цифровая обработка радиотехнических сигналов»; по специальности 21040565 – «Радиосвязь радиовещание и телевидение» при изучении дисциплин «Обработка сигналов на базе сигнальных процессоров», «Теория электрической связи», в курсовом и дипломном проектированиях, выполняемых студентами специальности 21030265 – «Радиотехника» (подтверждено актом о внедрении).

Апробация работы. Результаты работы докладывались и обсуждались на LXIII Научной сессии, посвящённой Дню Радио (Москва, 2008); на VIII Международной конференции «Распознавание образов и анализ изображений: Новые информационные технологии» (Йошкар-Ола, 2007); на IX Международной конференции «Распознавание образов и анализ изображений: Новые информационные технологии» (Н. Новгород, 2008); на XIV Всероссийской конференции «Математические методы распознавания образов» (Суздаль, 2009); на XI Всероссийской школе-семинаре «Волновые явления в неоднородных средах» (Москва 2008); на Всероссийских научно-практических конференциях «Информационные технологии в профессиональной деятельности и научной работе» (Йошкар-Ола, 2007, 2008); на XII Международной молодежной научной школе «Когерентная оптика и оптическая спектроскопия» (Казань 2008); на ежегодных научных конференциях по итогам НИР МарГТУ (2007 – 2009).

Публикации. Всего по теме диссертации опубликовано 23 работы. Из них 7 работ опубликованы в центральных рецензируемых научных журналах, рекомендованных перечнем ВАК, 2 работы в рецензируемом научно-техническом журнале, 14 работ содержатся в сборниках материалов научных конференций. При участии автора написано 4 отчёта по НИР.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из Введения, 4 глав, Заключения, Библиографического списка и двух Приложений. Она изложена на 176 страницах машинописного текста (без приложений), содержит 31 рисунок, 2 таблицы, библиографический список включает 230 наименований.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

В первой главе диссертации выполнено следующее: 1) проведён анализ состояния вопроса синтеза дискретно-кодированных сигналов с заданными корреляционными и спектральными характеристиками; 2) приведена классификация ФКП по виду фазового алфавита последовательности, а также по виду спектральных и корреляционных характеристик; 3) рассмотрены известные на сегодняшний день методы синтеза ФКП с одноуровневой ПАКФ.

В диссертации принята следующая математическая модель ФКП $\mathbf{\Gamma} = \{\gamma_n\}_{0,N-1}$:

$$\mathbf{\Gamma} = \{\gamma_n\}_{0,N-1} = \{\exp(i\varphi_n)\}_{0,N-1} = \{\gamma_n^{\mathrm{Re}} + i\gamma_n^{\mathrm{Im}}\}_{0,N-1}, \tag{1}$$

где значение фазы на каждом n-ом кодовом интервале может принимать значение из диапазона $\varphi_n \in [0;2\pi]$, i − мнимая единица, N − длина (период) ФКП, γ_n^{Re} и γ_n^{Im} – соответственно реальная и мнимая составляющие n-го кодового элемента, модуль каждого кодового элемента ФКП равен 1, т.е.:

$$|\gamma_n| = 1, \; n = 0, 1, \ldots, N-1. \tag{2}$$

Периодическая АКФ дискретной последовательности $\mathbf{\Gamma}$ определяется на основании выражения:

$$r_\tau = \sum_{n=0}^{N-1} \gamma_{n+\tau \; (\mathrm{mod}\; N)} \cdot \gamma_n^*, \; \tau = 0,1,\ldots,N-1, \tag{3}$$

где γ_n^* − комплексно сопряженный кодовый элемент.

Периодическая АКФ, имеющая отсчёты:

$$r_0 = N, \; r_1 = a, \; r_2 = a, \; \ldots, \; r_{N-1} = a, \tag{4}$$

где a – любое вещественное число, является одноуровневой.

Энергетический спектр ФКП $\mathbf{\Gamma} = \{\gamma_n\}_{0,N-1}$, обладающей одноуровневой ПАКФ с уровнем боковых лепестков, равным a, можно определить на основании выражения:

$$\left|\rho_m^{(\mathbf{\Gamma})}\right|^2 = \begin{cases} (a+1)\cdot N - a, & \text{при} \quad m = 0, \\ N - a, & \text{при} \quad m = 1, 2, \ldots, N-1, \end{cases} \tag{5}$$

где $\mathbf{P}^{(\mathbf{\Gamma})} = \{\rho_m^{(\mathbf{\Gamma})}\}_{0,N-1}$, – спектр Фурье дискретной ФКП $\mathbf{\Gamma} = \{\gamma_n\}_{0,N-1}$.

Значение уровня боковых лепестков a одноуровневой ПАКФ дискретной ФКП может быть любым вещественным числом из диапазона $a \in [a_{\min}, a_{\max}]$. Где верхняя граница диапазона $a_{\max} = N$, а нижняя граница $a_{\min}$ зависит от длины N последовательности и удовлетворяет условию:

$$a_{\min} \geq N/(1-N). \tag{6}$$

Выражение (6) следует из того, что отсчёты энергетического спектра ФКП $\mathbf{\Gamma}=\{\gamma_n\}_{0,\,N-1}$ являются вещественными неотрицательными числами. Поэтому наименьшее значение нулевой гармоники энергетического спектра будет определяться выражением $|\rho_0|^2=0$, при этом $a=N/(1-N)$. Знак «>» в неравенстве (6) означает, что не для любой длины N существует ФКП, обладающая одноуровневой ПАКФ с минимально возможным уровнем боковых лепестков ПАКФ.

<u>Во второй главе диссертации</u> рассмотрен метод синтеза ФКП вида (1) с одноуровневой ПАКФ для произвольной длины последовательности N. Согласно рассмотренному методу задача синтеза ФКП длины N с заданным уровнем a боковых лепестков ПАКФ при условии $\varphi_0=0$ сводиться к решению следующей системы тригонометрических уравнений:

для четных N: $K=N/2-1$, $m=1,2,\dots,K$:

$$\begin{cases}\cos(\varphi_m)+\cos(\varphi_{N-m})+\sum\limits_{n=1}^{N-m-1}\cos(\varphi_n-\varphi_{n+m})+\sum\limits_{n=1}^{m-1}\cos(\varphi_n-\varphi_{n+N-m})=a,\\ \cos(\varphi_K)+\sum\limits_{n=1}^{N-K-1}\cos(\varphi_n-\varphi_{n+K})=a/2,\\ \sin(\varphi_m)-\sin(\varphi_{N-m})-\sum\limits_{n=1}^{N-m-1}\sin(\varphi_n-\varphi_{n+m})+\sum\limits_{n=1}^{m-1}\sin(\varphi_n-\varphi_{n+N-m})=0.\end{cases} \tag{7}$$

для нечетных N: $K=(N-1)/2$, $m=1,2,\dots,K$:

$$\begin{cases}\cos(\varphi_m)+\cos(\varphi_{N-m})+\sum\limits_{n=1}^{N-m-1}\cos(\varphi_n-\varphi_{n+m})+\sum\limits_{n=1}^{m-1}\cos(\varphi_n-\varphi_{n+N-m})=a,\\ \sin(\varphi_m)-\sin(\varphi_{N-m})-\sum\limits_{n=1}^{N-m-1}\sin(\varphi_n-\varphi_{n+m})+\sum\limits_{n=1}^{m-1}\sin(\varphi_n-\varphi_{n+N-m})=0.\end{cases} \tag{8}$$

Корни системы тригонометрических уравнений будут определять значения аргументов дискретной ФКП. В общем виде решение системы тригонометрических уравнений (7) − (8) будет иметь вид:

$$\mathbf{\Phi}^{\mathrm{T}}=[0\quad \varphi_1\quad \varphi_2\quad \dots\quad \varphi_{N-1}], \tag{9}$$

где неизвестными являются аргументы элементов кода $\varphi_1,\varphi_2,\dots,\varphi_{N-1}$.

Для заданной длины последовательности N и заданного значения уровня боковых лепестков a требуется построить все ФКП с одноуровневой ПАКФ.

Анализ корней системы тригонометрических уравнений показал, что на основе решения вида (9) можно получить новые решения, также являющиеся корнями системы уравнений (7) – (8):

1. Если существует решение системы уравнений вида:

$$\mathbf{\Phi}_0^{\mathrm{T}}=[0\quad \varphi_1\quad \varphi_2\quad \dots\quad \varphi_{N-1}],$$

то обязательно должны существовать различные в общем случае «автоморфные» решения вида:

$$\begin{gathered}\mathbf{\Phi}_1^{\mathrm{T}} = \left[0 \quad \varphi_2 - \varphi_1 \quad \varphi_3 - \varphi_1 \quad \ldots \quad \varphi_{N-1} - \varphi_1 \quad -\varphi_1\right], \\ \ldots, \\ \mathbf{\Phi}_{N-1}^{\mathrm{T}} = \left[0 \quad -\varphi_{N-1} \quad \varphi_1 - \varphi_{N-1} \quad \ldots \quad \varphi_{N-2} - \varphi_{N-1}\right].\end{gathered} \tag{10}$$

2. Если существует решение системы уравнений вида:

$$\mathbf{\Phi}^{\mathrm{T}} = \left[0 \quad \varphi_1 \quad \varphi_2 \quad \ldots \quad \varphi_{N-1}\right],$$

то должно существовать «комплексно-сопряженоое» решение вида:

$$\mathbf{\Phi}^{\mathrm{T}} = -\mathbf{\Phi}^{\mathrm{T}} = \left[\varphi_0 = 0 \quad -\varphi_1 \quad -\varphi_2 \quad \ldots \quad -\varphi_{N-1}\right]. \tag{11}$$

3. Если существует решение системы уравнений вида:

$$\mathbf{\Phi}_0^{\mathrm{T}} = \left[0 \quad \varphi_1 \quad \varphi_2 \quad \ldots \quad \varphi_{N-1}\right],$$

то существует $\varphi(N)$ решений «изоморфных» решений вида:

$$\begin{gathered}\mathbf{\Phi}_1^{\mathrm{T}} = \left[0 \quad \varphi_{1\cdot\lambda_1(\mathrm{mod}\ N)} \quad \varphi_{2\cdot\lambda_1(\mathrm{mod}\ N)} \quad \cdots \quad \varphi_{(N-1)\cdot\lambda_1(\mathrm{mod}\ N)}\right], \\ \ldots, \\ \mathbf{\Phi}_{L-1}^{\mathrm{T}} = \left[0 \quad \varphi_{1\cdot\lambda_{L-1}(\mathrm{mod}\ N)} \quad \varphi_{2\cdot\lambda_{L-1}(\mathrm{mod}\ N)} \quad \cdots \quad \varphi_{(N-1)\cdot\lambda_{L-1}(\mathrm{mod}\ N)}\right],\end{gathered} \tag{12}$$

где λ_l − числа, взаимно-простые с N, $l = 0,\ldots,\varphi(N)-1$, $\varphi(N)$ − фи-функция Эйлера.

Решения, получаемые с помощью преобразований вида (10) – (12) являются эквивалентными.

Для поиска корней системы уравнений (7) – (8) был предложен следующий подход. Систему тригонометрических уравнений (7) – (8), можно заменить системой алгебраических уравнений, используя подстановки вида:

$$\cos\varphi_n = \left(1 - \mathrm{tg}^2\frac{\varphi_n}{2}\right)\Big/\left(1 + \mathrm{tg}^2\frac{\varphi_n}{2}\right),\ \sin\varphi_n = 2\,\mathrm{tg}\frac{\varphi_n}{2}\Big/\left(1 + \mathrm{tg}^2\frac{\varphi_n}{2}\right) \tag{13}$$

и вводя формальные переменные вида:

$$\mathrm{tg}\frac{\varphi_n}{2} = x_n,\ n = 1, 2, \ldots, N-1. \tag{14}$$

Выражая последовательно корни одного уравнения системы через корни других уравнений системы, на последнем шаге получим некоторое уравнение степени k:

$$f_k(a)x^k + f_{k-1}(a)x^{k-1} + \ldots + f_1(a)x + f_0(a) = 0, \tag{15}$$

где $f_i(a)$ − различные многочлены некоторой k -ой степени.

Далее выполним факторизацию параметрического многочлена вида $f(x) = f_k(a)x^k + f_{k-1}(a)x^{k-1} + \ldots + f_1(a)x + f_0(a)$ над полем вещественных значений a и для каждого многочлена $f_i(x)$ в разложении $f(x) = \prod_i f_i(x)$

найдем хотя бы одно решение вида $\mathbf{x}^{(i)} = \begin{bmatrix} x_1^{(i)} & x_2^{(i)} & \ldots & x_n^{(i)} \end{bmatrix}$, которое будет давать при переходе к фазовому представлению одно i-ое решение вида (9). Применяя преобразования (10) − (12) к каждому полученному решению сформируем все возможные решения, соответствующие многочлену $f_i(x)$.

В ходе решения системы уравнений (7) – (8) будет определена область допустимых значений уровня боковых лепестков $a = [a_{\min}; a_{\max}]$ для каждого i-го решения.

В рамках рассмотренного метода синтеза ФКП с одноуровневой ПАКФ для длин последовательностей $N = 2,3,\ldots,10$ были получены неэквивалентные решения системы тригонометрических уравнений (7) − (8), на основании которых с помощью преобразований вида (10) – (12) можно получить все эквивалентные решения. Показано, что при определенных значениях длины N и определенных значениях уровня боковых лепестков a (в том числе и при $a = 0$) система тригонометрических уравнений может иметь бесконечное множество решений.

Для ФКП с идеальной ПАКФ был проведен сравнительный анализ общего числа ранее известных ФКП с общим числом ФКП, построенных в рамках рассмотренного метода (таблица 1).

Таблица 1 − Сравнительный анализ общего числа ранее известных ФКП с идеальной периодической АКФ с общим числом ФКП, построенных в рамках рассмотренного метода для длин $N = 2,...,10$.

N	M	L	$L_{\text{изв}}$	$L/L_{\text{изв}}$
2	1	2	2	1
3	1	6	6	1
4	3	∞	12	∞
5	2	20	20	1
6	3	48	12	4
7	8	532	70	7,6
8	15	∞	20	∞
9	11	∞	54	∞
10	43	3040	40	76

В таблице 1 введены следующие обозначения: M − число неэквивалентных ФКП с идеальной ПАКФ, L − общее число последовательностей длины N с идеальной АКФ, построенных на основании предложенного метода, $L_{\text{изв}}$ − общее число известных ФКП длины N с идеальной ПАКФ, построенных другими известными методами, $L/L_{\text{изв}}$ − отношение числа возможных ФКП к числу известных ФКП длины N с идеальной ПАКФ.

При нулевом уровне боковых лепестков ПАКФ были определены дополнительные преобразования корней системы тригонометрических уравнений, приводящие к неэквивалентным решениям:

$$\varphi_n^{(k)} = \varphi_n + (2\pi/N)\cdot n \cdot k\,, \tag{16}$$

где $n = 0, 1, \ldots, N-1$, $k = 1, \ldots, N-1$, где φ_n − значения аргументов кодовых элементов исходной ФКП $\mathbf{\Phi}^{\mathrm{T}} = [0 \quad \varphi_1 \quad \varphi_2 \quad \ldots \quad \varphi_{N-1}]$.

В третьей главе диссертации получены обобщения для отдельных решений системы тригонометрических уравнений (7) – (8) на случаи больших длин последовательностей.

1. Для длины последовательности, являющейся простым числом вида $N = p = 4k+1$ и уровня боковых лепестков $a = [N/(1-N); N]$ правило кодирования будет иметь вид:

$$\alpha = \arccos\left(\left(-1+\sqrt{N+(N-1)\cdot a}\right)/(N-1)\right),$$

$$\varphi_0 = 0\,,\ \varphi_n = \begin{cases} \alpha, & \text{если } n - \text{квадратичный вычет по модулю } N, \\ -\alpha, & \text{если } n - \text{квадратичный невычет по модулю } N, \end{cases} \tag{17}$$

где $n = 1, 2, \ldots, N-1$. Мощность правила кодирования равна $P = 1$. При $a = -1$ правило кодирования (18) приводит к ФКП с фазовым алфавитом $\mathrm{A}(\mathbf{\Gamma}) = \{0; \pm\pi/2\}$, который не зависит от длины последовательности.

2. Для длины последовательности, являющейся простым числом вида $N = p = 4k+1$ и уровня боковых лепестков $a = [N/(1-N); N]$ правило кодирования будет иметь вид:

$$\alpha = \arccos\left(\left(-1-\sqrt{N+(N-1)\cdot a}\right)/(N-1)\right),$$

$$\varphi_0 = 0\,,\ \varphi_n = \begin{cases} \alpha, & \text{если } n - \text{квадратичный вычет по модулю } N, \\ -\alpha, & \text{если } n - \text{квадратичный невычет по модулю } N, \end{cases} \tag{18}$$

где $n = 1, 2, \ldots, N-1$. Мощность правила кодирования равна $P = 1$.

3. Для длины последовательности, являющейся простым числом вида $N = p = 2^{2^k}+1$ (простые числа Ферма) при $k \geq 2$ и уровня боковых лепестков $a = [N/(1-N); N]$ правило кодирования будет иметь вид:

$$c = 1-\sqrt{(a+1)N-a}\,,\ d = \left(\sqrt{(N-1)N} - c - \sqrt{N-1+c^2}\right)\Big/(N-1)\,,$$

$$\alpha = \arccos\left(\frac{-\sqrt{N+(N-1)d^2+2d\sqrt{(N-1)N}\left(-\sqrt{N-1}+d\sqrt{N}\right)}}{-N+(N-1)d^2}\right),\ \beta = \arccos(d)\,,$$

$$\varphi_0 = 0\,,\ \varphi_n = \begin{cases} \alpha, & \text{если } n = j^4 \bmod N, \\ -\alpha, & \text{если } n = j^2 \bmod N \text{ и } n \neq j^4 \bmod N, \\ \beta, & \text{если } n \neq j^2 \bmod N \text{ и } n = \varepsilon^{5^m} \bmod N, \\ -\beta, & \text{в других случаях,} \end{cases} \tag{19}$$

где ε − минимальный квадратичный невычет по модулю N, $n=1, 2,\ldots, N-1$, $j=1, 2,\ldots, N-1$, $m=0, 1,\ldots, 2^{2^k-2}-1$. Мощность правила кодирования равна $P=1$.

4. Для длины последовательности, являющейся простым числом вида $N=p=2^{2^k}+1$ (простые числа Ферма) при $k\ge 2$ и уровня боковых лепестков $a\in\left[N/(1-N); N-4\right]$ правило кодирования будет иметь вид:

$$c=1+\sqrt{(a+1)N-a}\ ,\ d=\left(\sqrt{(N-1)N}-c-\sqrt{N-1+c^2}\right)\Big/(N-1),$$

$$\alpha=\arccos\left(\frac{-\sqrt{N+(N-1)d^2+2d\sqrt{(N-1)N}\left(-\sqrt{N-1}+d\sqrt{N}\right)}}{-N+(N-1)d^2}\right),\ \beta=\arccos(d),$$

$$\varphi_0=0\ ,\ \varphi_n=\begin{cases}\alpha, & \text{если } n=j^4 \bmod N,\\ -\alpha, & \text{если } n=j^2 \bmod N \text{ и } n\ne j^4 \bmod N,\\ \beta, & \text{если } n\ne j^2 \bmod N \text{ и } n=\varepsilon^{5^m} \bmod N,\\ -\beta, & \text{в других случаях,}\end{cases} \tag{20}$$

где ε − минимальный квадратичный невычет по модулю N, $n=1, 2,\ldots, N-1$, $j=1, 2,\ldots, N-1$, $m=0, 1,\ldots, 2^{2^k-2}-1$. Мощность метода кодирования равна $P=1$.

5. Для длины последовательности вида $N=4\cdot k$, $k\in Z$, при нулевом уровне боковых лепестков периодической АКФ существует бесконечное множество решений, определяемых на основании следующего правила кодирования:

$$\varphi_n=\alpha\cdot n(\bmod 2)+\frac{4\pi}{N}\cdot\sum_{s=0}^{n-1}\left]\left(\frac{s+1}{2}\right)\right[\ ,\ n=0,1,\ldots,N-1, \tag{21}$$

где $]x[$ − целая часть числа x; α − может принимать произвольное значение из диапазона $[0;2\pi]$. При $\alpha=\pi/N$ правило кодирования (21) приводит к построению кодов Задоффа-Чу.

6. Для длины последовательности вида $N=k^2$, $k\in Z$ при нулевом уровне боковых лепестков периодической АКФ существует бесконечное множество решений, определяемых на основании следующего правила кодирования:

$$\varphi_n=\beta_{n\,(\bmod k)}+\frac{2\pi}{k}\cdot\left]\frac{n}{k}\right[\cdot n\,(\bmod k)\cdot\lambda\ ,\ n=0, 1,\ldots, N-1, \tag{22}$$

где $]x[$ – целая часть числа x; λ – число взаимно-простое с k; $\mathbf{B}=\{\beta_m\}_{0,k-1}$ − вектор фаз, принимающих произвольные значения из диапазона $\beta_0=0$, $\beta_m\in[0;2\pi]$, $m=1, 2,\ldots, k-1$. Коды Фрэнка, коды Задоффа-Чу, коды класса Р и многофазные коды Голомба при длинах $N = k^2$ являются частными случаями правила кодирования (22).

Анализ функций неопределенности синтезированных ФКП показал, что ФКП вида (17) – (20) имеют функцию неопределенности кнопочного типа, а ФКП вида (21), (22) имеют ножевидную или многолепестковую функцию неопределенности.

На основании бесконечного множества ФКП с идеальной ПАКФ длины $N = k^2$, полученных на основании правила кодирования (22), решена задача синтеза ансамблей многофазных последовательностей, для которых выполняется условие:

$$\left|\tilde{\eta}_\tau\right| = \begin{cases} 1, & \textit{если} \quad j = l, \tau = 0, \\ 0, & \textit{если} \quad j = l, \tau \neq 0, \\ 1/\sqrt{N}, & \textit{если} \quad j \neq l, \end{cases} \tag{23}$$

где $\tau = 0,1,\ldots,N-1$, $j,l = 0,1,\ldots,V-1$, V – объём ансамбля, $\left|\tilde{\eta}_\tau\right|$ – модули отсчётов нормированной периодической взаимно-корреляционной функции (ПВКФ) двух ФКП $\mathbf{\Gamma}^{(j)} = \left\{\gamma_n^{(j)}\right\}_{0,N-1}$ и $\mathbf{\Gamma}^{(l)} = \left\{\gamma_n^{(l)}\right\}_{0,N-1}$, входящих в состав ансамбля $\mathbf{E} = \left\{\mathbf{\Gamma}^{(r)}\right\}_{0,V-1}$.

На основании правила кодирования (22) можно сформировать $\varphi(k)$ различных ФКП с идеальной ПАКФ, отличающихся параметром λ_l:

$$\varphi_n^{(l)} = \beta_{n\,(\mathrm{mod}\,k)}^{(l)} + \frac{2\pi}{k} \cdot \left]\frac{n}{k}\right[\cdot n\,(\mathrm{mod}\,k) \cdot \lambda_l, \; n = 0,\ldots,N-1, \; N = k^2, \tag{24}$$

где λ_l – числа взаимно-простые с k; $l = 0,1,\ldots,\varphi(k)-1$; $]x[$ – целая часть числа x; $\mathbf{B}_l = \left\{\beta_m^{(l)}\right\}_{0,k-1}$ – вектор фаз, принимающих произвольные вещественные значения из диапазона $\beta_0^{(l)} = 0$, $\beta_m^{(l)} \in [0;2\pi]$, $m = 1,\ldots,k-1$.

Анализ выражения (24) показал, что задача синтеза ансамблей многофазных последовательностей сводится к исследованию тригонометрических сумм вида:

$$\left|\tilde{\eta}_\tau\right| = \frac{1}{N} \cdot \left|\sum_{q=0}^{k-1} \exp\left(i\left(\beta_{q+v\,(\mathrm{mod}\,k)}^{(j)} - \beta_q^{(l)}\right)\right) \cdot \exp\left(i\frac{2\pi}{k} \cdot \left(u + \left]\frac{q+v}{k}\right[\right) \cdot (q+v) \cdot \lambda_j\right) \times \right.$$

$$\left. \times \sum_{p=0}^{k-1} \exp\left(i\frac{2\pi}{k} \cdot p \cdot \left((q+v) \cdot \lambda_j - q \cdot \lambda_l\right)\right)\right|, \tag{25}$$

Внутренняя сумма в выражении (25) является полной рациональной суммой первой степени. Величина $(q+v) \cdot \lambda_j - q \cdot \lambda_l$ в выражении (25) будет пробегать все значения $0,1,\ldots,k-1$ один раз, при изменении величины $q = 0,1,\ldots,k-1$ и фиксированном значении величины v при выполнении условия:

$$\text{НОД}\left(\lambda_j - \lambda_l,\, k\right) = 1. \tag{26}$$

Таким образом, при выполнении условия (26) будет сформирован ансамбль многофазных последовательностей с уровнем модулей отсчётов нормированной ПВКФ, равным $1\big/\sqrt{N}$.

Объем ансамбля будет определяться наименьшим простым числом p_1 в каноническом разложении числа N :

$$V = p_1 - 1. \tag{27}$$

Из выражения (27) следует важный вывод: ансамбль многофазных последовательностей с идеальной ПАКФ может быть образован только для нечётных значений N, так как в случае чётных N объём ансамбля $V = p_1 - 1 = 2 - 1 = 1$.

Вектора фаз $\mathbf{B}_l = \left\{\beta_m^{(l)}\right\}_{0,k-1}$ в выражении (24) при формировании l -ой ФКП ансамбля могут принимать произвольные значения, поэтому для нечётных значений $N = k^2$ можно сформировать бесконечное множество ансамблей многофазных последовательностей с нулевым уровнем боковых лепестков ПАКФ.

В четвертой главе диссертации выполнено следующее: 1) проведён анализ эффективности синтезированных ФКП с одноуровневой ПАКФ при решении задач совместной оценки циклического сдвига и доплеровского набега фазы; 2) проведён сравнительный анализ эффективности синтезированных ансамблей ФКП с известными ансамблями ортогональных и минимаксных последовательностей при решении задач распознавания и обнаружения групповой дискретно-кодированной последовательности.

Анализ характеристик вероятности правильной совместной оценки параметров циклического сдвига и доплеровского набега фазы показал, что синтезированные ФКП, имеющие кнопочную функцию неопределенности по характеристикам совместной оценки параметров циклического сдвига и доплеровского набега фазы не уступают известным бинарным последовательностям.

Анализ характеристик вероятности правильного распознавания показал, что синтезированные ансамбли многофазных последовательностей не превосходят по характеристикам правильного распознавания известные на сегодняшний день ансамбли минимаксных последовательностей и незначительно уступают ортогональным последовательностям.

В ходе анализа характеристик вероятности правильного обнаружения групповой дискретно-кодированной последовательности, представляющей собой аддитивную смесь нескольких ФКП из ансамбля, было установлено, что синтезированные ансамбли многофазных последовательностей не превосходят ансамбли кодов Фрэнка, однако имеют лучшие характеристики по сравнению с ансамбли минимаксных последовательностей Зодоффа-Чу, последовательностей Голда и частотно сдвинутых М-последовательностей (рис. 1). При относительно небольшом количестве суммируемых последовательностей синтезированные ансамбли многофазных последовательностей незначительно уступают по характеристикам правильного обнаружения ортогональным ФКП.

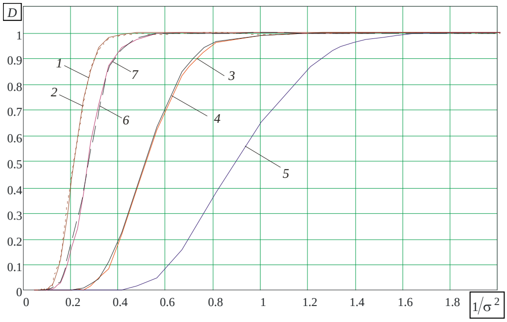

Рис. 1 Семейство экспериментальных зависимостей вероятностей правильного обнаружения групповой ДКП, представляющей собой аддитивную смесь четырех ФКП из ансамбля: 1 – функции дискретного преобразования Фурье длины $N=127$; 2 − функции Радемахера длины $N=128$; 3 – ансамбли частотно-сдвинутых М-последовательностей длины $N=127$; 4 − ансамбли квадратичных вычетов длины $N=127$ (коды Задоффа-Чу); 5 – ансамбли последовательностей Голда длины $N=127$, 6 – ансамбли кодов Фрэнка длины $N=121$, 7 –ансамбли многофазных последовательностей длины $N=121$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные результаты диссертационной работы состоят в следующем:

1. Найдены решения системы тригонометрических уравнений для периодов $N=2,3,...,10$, приводящие к ФКП с одноуровневой периодической АКФ с уровнем боковых лепестков из диапазона вещественных значений $a \in [a_{\min}; a_{\max}]$.

2. Для длины последовательности $N=2,\dots,10$ определено количество неэквивалентных типов ФКП с идеальной периодической АКФ. Показано, что для определенных длин последовательностей ($N=4,8,9$) при нулевом уровне боковых лепестков существует бесконечное число решений, приводящих к ФКП с идеальной периодической АКФ.

3. Для ФКП с идеальной периодической АКФ проведен сравнительный анализ общего числа ранее известных ФКП с общим числом ФКП, построенных в рамках рассмотренного метода.

4. Разработаны новые регулярные правила кодирования, приводящие к построению неэквивалентных ФКП, для периодов простых чисел вида $N=4\cdot k+1=p$; для периодов простых чисел Ферма вида $N=p=2^{2^k}+1$; для периодов чисел, кратных четырем, вида $N=4\cdot k$; для периодов квадратных чисел вида $N=k^2$. Определена мощность каждого разработанного правила

кодирования. Проведен анализ функций неопределенности синтезированных ФКП.

5. На основе синтезированных ФКП длины $N = k^2$ с нулевым уровнем боковых лепестков периодической АКФ, образующих бесконечное множество решений, построены ансамбли многофазных последовательностей, асимптотически оптимальные по минимаксному критерию. Разработан алгоритм формирования ансамблей. Определен объем ансамбля и возможное количество формируемых ансамблей.

6. Проведён анализ эффективности синтезированных ФКП с одноуровневой периодической АКФ при решении задач обнаружения, распознавания и оценки параметров циклического сдвига и фазового набега.

СПИСОК ОСНОВНЫХ ПУБЛИКАЦИЙ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

в центральных научных журналах, входящих в перечень ВАК:

1. Леухин А.Н., Тюкаев А.Ю., Парсаев Н.В. Экспериментальное исследование распространения шумоподобных акустических сигналов в водной и воздушной средах // Известия РАН. Серия физическая. – 2008. – Т. 72. - № 12. – С. 1770 – 1774.
2. Леухин А.Н, Парсаев Н.В. Синтез шумоподобных фазокодированных последовательностей // Учёные записки Казанского государственного университета. Серия: физико-математические науки. – 2008. – Т. 150, кн. 2. – С. 38 – 50.
3. Леухин А.Н. и др. Аналитическое решение задачи синтеза алфавита квазиортогональных фазокодированных последовательностей с дельтовидной автокорреляционной функцией / А.Н. Леухин, А.Ю. Тюкаев, С.А. Бахтин, Н.В. Парсаев // Электромагнитные волны и электронные системы – 2009. – №3. – С. 40-47.
4. Леухин А.Н., Парсаев Н.В., Корнилова Л.Г. Решение системы нелинейных уравнений для задачи синтеза шумоподобных фазокодированных последовательностей // Нелинейный мир. – 2009. – Т. 7, № 10. – С. 749 – 756.
5. Леухин А.Н., Парсаев Н.В. Общий подход к построению фазокодированных последовательностей с одноуровневой периодической автокорреляционной функцией» // Известия высших учебных заведений России. Радиоэлектроника. – 2009. − №6. − С.5 − 12.
6. Леухин А.Н. и др. Ансамбли квазиортогональных многофазных последовательностей с идеальной периодической автокорреляционной функцией / А.Н. Леухин, А.Ю. Тюкаев, Н.В. Парсаев, Л.Г. Корнилова // Известия высших учебных заведений России. Радиоэлектроника. – 2009. − №6. – С. 36 − 43.
7. Леухин А.Н., Парсаев Н.В. Бесконечные множества фазокодированных последовательностей с одноуровневой периодической автокорреляционной функцией» // Радиотехника. – 2009. − №12. − С. 6 − 11.

в других рецензируемых изданиях:

8. Леухин А.Н., Парсаев Н.В. Дискретные фазокодированные последовательности с нулевым уровнем боковых лепестков циклической автокорреляционной функции размерности квадратных чисел // Вестник Марийского государственного технического университета. Серия «Радиотехнические и инфокоммуникационные системы». – 2008. – № 3. – С. 28 – 35.

9. Парсаев Н.В., Леухин А.Н. Дискретные фазокодированные последовательности с нулевым уровнем боковых лепестков циклической автокорреляционной функции размерности, кратной четырём // Вестник Марийского государственного технического университета. Серия «Радиотехнические и инфокоммуникационные системы». – 2008. – № 3. – С. 36 – 45.

в сборниках трудов всероссийских и международных конференций:

10. Леухин А.Н., Парсаев Н.В. Аналитический метод решения системы трансцендентных нелинейных уравнений и его применение в задачах кодирования // Труды Российского научно-технического общества радиотехники, электроники и связи имени А.С. Попова. Серия: Научная сессия, посвящённая Дню радио. – М., 2008. – Выпуск LXIII. – С. 371 – 373.

11. Парсаев Н.В., Тюкаев А.Ю., Леухин А.Н.. Метод синтеза бесконечного множества ансамблей квазиортогональных фазокодированных последовательностей с идеальной периодической автокорреляционной функцией // Доклады XIV Всероссийской конференции «Математические методы распознавания образов». – М.: МАКС Пресс, 2009. – С. 426 – 428.

12. Parsaev N.V., Tyukaev A.Yu., Leukhin A.N. Algorithms of processing, analysis and recognition of the data received with the help of stationary echo sounder // Conference proceedings 9th International conference on “Pattern recognition and image analysis: New information technologies”. – Nizhni Novgorod, 2008. – Vol. 2. – PP. 111 – 113.

13. Парсаев Н.В., Леухин А.Н. Обнаружитель группового фазокодированного сигналана фоне гауссовой помехи // Труды XI школы-семинара «Волны – 2008», Москва, 2008. – Ч. 5, «Спектроскопия. Томография. Передача информации». – С. 81 – 83.

14. Леухин А.Н., Парсаев Н.В., Бахтин С.А. Синтез фазокодированных последовательностей с минимальным уровнем боковых лепестков одноуровневой АКФ // Сборник материалов всероссийской научно-практической конференции с международным участием «Информационные технологии в профессиональной деятельности и научной работе». – Йошкар-Ола: МарГТУ, 2008. – Ч. 2. – С. 110 – 117.

15. Парсаев Н.В. Сравнительный анализ помехоустойчивости бездетекторного приёма фазокодированных последовательностей с различными градациями фаз // Сборник материалов всероссийской научно-практической конференции с международным участием «Информационные технологии в профессиональной деятельности и научной работе». – Йошкар-Ола: МарГТУ, 2009. – Ч. 1. – С. 149 – 153.