#### ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

## России

## РАДИОЭЛЕКТРОНИКА

#### Региональные секции

редакционного совета

#### Восточная

Председатель – А. Г. Вострецов, д-р техн. наук, профессор, проректор по научной работе Новосибирского государственного технического университета.

Заместитель председателя – А. А. Спектор, д-р техн. наук, профессор, зав. кафедрой теоретических основ радиотехники Новосибирского государственно-го технического университета.

630092, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20. Новосибирский государственный технический университет. Тел.: (3832)460457, 460633. E-mail: vostretsov@adm.nstu.ru

#### Западная

**Председатель** – В. А. Пахотин, д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры общей физики Калининградского государственного университета им. И. Канта.

236041, г. Калининград обл., ул. А. Невского, 14. Калининградский государственный университет им. И. Канта.

Тел.: (4012)465917. Факс: (4012)465813. E-mail: vpakhotin@kantiana.ru

#### Поволжская

**Председатель** – А. Д. Плужников, д-р техн. наук, про-фессор кафедры информационных радиосистем Нижегородского государственного технического университета.

Заместитель председателя – Е. Н. Приблудова, канд. техн. наук, доцент кафедры информационных радиосистем Нижегородского государственного технического университета.

603950, г. Нижний Новгород, ул. К. Минина, 24. Нижегородский государственный технический университет. Тел.: (831)4367880. Факс: (831)4367880, (831)4362311. E-mail: pluzhnikov@nntu.nnov.ru

#### Северокавказская

**Председатель** – Т. А. Исмаилов, д-р техн. наук, профессор, ректор Дагестанского государственного технического университета.

Заместитель председателя – О. В. Евдулов, канд. техн. наук, доцент, проректор по научной работе Дагестанского государственного технического университета.

367015, Республика Дагестан, г. Махачкала, пр. Имама Шамиля, 70. Дагестанский государственный технический университет. E-mail: dstu@dstu.ru Тел.: (8722)623761, (8722)623715.

#### СОДЕРЖАНИЕ

#### Теория сигналов

#### Бычков Ю. А., Щербаков С. В., Шумаков А. А.

#### Системы телекоммуникации, устройства передачи, приема и обработки сигналов

#### Вострецов А. Г., Павлов А. С.

#### Нахмансон Г. С., Васильев А. В.

Кутузов В. М., Мазуров К. А. Многосегментный авторегрессионный алгоритм обработки сложномодулированных сигналов. Характеристики обнаружения скоростных целей .........43

#### Радиолокация и радионавигация





#### Редакционный отдел

Наши авторы.....76

Требования к оформлению статей, предлагаемых для публикации в журнале "Известия вузов России. Радиоэлектроника".....79

#### РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ ЖУРНАЛА

Председатель совета

Д. В. Пузанков

Заместитель председателя В. М. Кутузов

#### Члены совета

В. М. Балашов, Р. Е. Быков, Ю. А. Быстров, Д. И. Воскресенский, А. Г. Вострецов, А. Д. Григорьев, Ю. В. Гуляев, В. П. Ипатов, Т. А. Исмаилов, Ю. М. Казаринов, Ю. А. Коломенский, В. Н. Кулешов, И. Г. Мироненко, В. А. Обуховец, В. А. Пахотин, А. Д. Плужников, В. В. Попов, Ю. М. Таиров, В. Н. Ушаков, И. Б. Федоров, И. А. Цикин, Ю. А. Чаплыгин

Секретарь совета А. М. Мончак

ПОДПИСНОЙ ИНДЕКС 45818 ПО ОБЪЕДИНЕННОМУ КАТАЛОГУ "ПРЕССА РОССИИ". ТОМ 1 "ГАЗЕТЫ И ЖУРНАЛЫ"

## Региональные секции редакционного совета

#### Уральская

Председатель – Б. А. Панченко, д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой высокочастотных средств радиосвязи и телевидения Уральского государственного технического университета – УПИ.

Заместитель председателя – С. Т. Князев, д-р техн. наук, руководитель Радиотехнического института – РТФ Уральского государственного технического универси-тета – УПИ.

620002, г. Екатеринбург, ул. Мира, д. 19.

Уральский государственный технический университет – УПИ. Тел. (343)3754886. E-mail: Shab@rtf.nexcom.ru

#### Южная

**Председатель** – В. А. Обуховец, д-р техн. наук, профессор, декан радиотехнического факультета Таганрогского политехнического института Южного федерального университета.

347928, г. Таганрог, ГСП-17А, Некрасовский пр., 44. Таганрогский политехнический институт Южного федерального университета. Тел. (8634)310599. Факс (8634)310598. E-mail: rector@tsure.ru

Свидетельство о регистрации ПИ № ФС2-8341 от 02.11.2006 выдано Управлением Федеральной службы по надзору за соблюдением законодательства в сфере массовых коммуникаций и охране культурного наследия по Северо-Западному федеральному округу.

#### Издание входит в перечень изданий ВАК России

Учредитель: Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина)»

Редактор

И. Б. Синишева

Компьютерная верстка

*Е. Н. Паздниковой* Подписано в печать 14.06909. Формат 60×84 1/8. Бумага офсетная. Печать офсетная. Гарнитура "Times New Roman". Печ. л. 10,0. Тираж 350 экз. (1-й завод 1–150 экз.). Заказ 14.

Редакционный совет 197376, С.-Петербург, ул. Проф. Попова, д. 5 Издательство СПбГЭТУ "ЛЭТИ" Тел. (812) 346-47-84 Факс (812) 346-28-52

Издательство СПбГЭТУ "ЛЭТИ" 197376, С.-Петербург, ул. Проф. Попова, д. 5 Факс (812) 346-28-56 65 лет заслуженному деятелю науки РФ, доктору технических наук, профессору, заведующему кафедрой вычислительной техники Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина), председателю редакционного совета журнала "Известия высших учебных заведений России. Радиоэлектроника" ДМИТРИЮ ВИКТОРОВИЧУ ПУЗАНКОВУ



Дмитрий Викторович Пузанков родился 3 июля 1944 г. в г. Ленинграде. В 1961 г. поступил в Ленинградский электротехнический институт им. В. И. Ульянова (Ленина). С этого момента вся его деятельность связана с ЛЭТИ, где он прошел путь от ассистента до профессора, заведующего кафедрой вычислительной техники, декана факультета автоматики и вычислительной техники, первого проректора и, наконец, – ректора. Именно на кафедре вычислительной техники в творческой атмосфере, созданной его учителями – профессором Владимиром Борисовичем Смоловым, профессором Евгением Павловичем Балашовым, Дмитрий Викторович сложился как ученый и преподаватель.

Сегодня Д. В. Пузанков – известный специалист в области обработки информации. Сфера его научных интересов – параллельные вычислительные системы, телекоммуникации, микропроцессорные системы. В начале 80-х гг. ХХ в. он предложил новые принципы реализации вычислительных устройств с регулярной структурой на основе больших интегральных схем. В последующие годы провел приоритетные исследования в области построения высокопроизводительных массивно-параллельных и функционально-распределенных вычислительных структур.

Результаты его разработок докладывались более чем на 50 международных и отечественных конференциях. Они широко используются в научных исследованиях и в промышленности.

При его активном участии в СПбГЭТУ "ЛЭТИ" создана научно-педагогическая школа в области проектирования вычислительных и управляющих систем, воспитанники которой успешно работают в отечественных и в зарубежных вузах, а также в научно-промышленных организациях.

Д. В. Пузанков – автор свыше 200 печатных научных и учебно-методических работ и 49 изобретений. Среди его 23 книг – первые в стране монографии и учебные пособия по микропроцессорным системам и по высокопроизводительным системам обработки данных.Д. В. Пузанков – видный организатор высшего отечественного образования. По заданиям Минобразования России координировал разработку процедуры аттестации и аккредитации вузов. Внес большой личный вклад в создание концепции многоуровневой системы обучения и в подготовку Государственных образовательных стандартов. Много внимания уделяет совершенствованию системы подготовки и повышения квалификации преподавателей технических вузов. Активно занимается инновационной деятельностью и информатизацией высшей школы. Д. В. Пузанков является председателем совета УМО по образованию в области радиотехники, электроники, биомедицинской техники и автоматизации Минобрнауки РФ, сопредседателем Головного совета по электронике, радиотехнике и связи, заместителем председателя Головного совета по информационным технологиям, вице-президентом Ассоциации инженерного образования России.

С 1998 г. по 2009 г. Д. В. Пузанков был ректором Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета "ЛЭТИ". Годы руководства вузом совпали с трудным переходным периодом в нашей стране. Тем не менее, все это время СПбГЭТУ "ЛЭТИ" оставался ведущим российским вузом, достаточно успешно рос и развивался. В 2007 г. наш университет вошел в число 57 вузов-победителей конкурса национального проекта "Образование". Под руководством Д. В. Пузанкова в 2007–2008 гг. вузом была успешно реализована инновационная образовательная программа, направленная на масштабную подготовку конкурентоспособных инновационно-ориентированных специалистов для высокотехнологичных отраслей экономики России.

Большой вклад Д. В. Пузанкова в развитие отечественного высшего образования отмечен правительственными наградами. Он награжден медалью "За трудовую доблесть", является лауреатом премии Президента РФ в области образования (1999), удостоен звания заслуженного деятеля науки РФ (2004).

Коллектив сотрудников и студентов СПбГЭТУ "ЛЭТИ" поздравляет Дмитрия Викторовича Пузанкова с юбилеем и желает ему крепкого здоровья, благополучия, дальнейшей плодотворной работы и новых творческих свершений!



Ю. А. Бычков Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет "ЛЭТИ" С. В. Щербаков, А. А. Шумаков Псковский Вольный институт

Вычислительный алгоритм анализа динамики нелинейных нестационарных электрических цепей с неравномерно распределенными параметрами с помощью функционально-степенных рядов

Предложен вычислительный алгоритм анализа динамики нелинейных нестационарных электрических цепей с неравномерно распределенными параметрами. Математическую основу алгоритма составляет аппарат обобщенных функций, обобщенных преобразований Лапласа и функционально-степенных рядов. Приведен пример использования предложенного алгоритма для расчета динамики нелинейной электрической цепи с равномерно распределенными стационарными параметрами.

Нелинейные электрические цепи, нестационарные неравномерно распределенные параметры, шаг расчета, функционально-степенные ряды, преобразования Лапласа, обобщенные функции

Постановка задачи. Задача анализа динамики нелинейных нестационарных электрических цепей с неравномерно распределенными параметрами характеризуется широким многообразием приложений, что обусловливает актуальность ее решения, а также совершенствование расчетных схем и вычислительных алгоритмов [1], [2]. В общем случае динамику цепей выделенного класса описывают нелинейные неоднородные дифференциальные уравнения в частных производных с нестационарными коэффициентами. Поиск решений уравнений динамики таких цепей в общем случае представляет собой довольно сложную вычислительную задачу.

Расчет нелинейных электрических цепей связан со значительными сложностями при наличии в цепи дифференцируемых разрывов, которые являются определяющими для существования и единственности искомого решения уравнения динамики цепи в том или ином классе функций [2], [3]. Для корректного учета дифференцируемых разрывов необходимо использовать аппарат обобщенных функций. Для работы с обобщенными функциями широко применяются обобщенные преобразования Лапласа. В вычислительной схеме решения задачи анализа динамики цепей с распределенными параметрами, характеризуемой изначально двумя независимыми переменными, при использовании обобщенных преобразований Лапласа и автономно относительно указанных независимых переменных [4].

© Бычков Ю. А., Щербаков С. В., Шумаков А. А., 2009

Для независимого рассмотрения переменных в рамках анализа электрической цепи может быть применен функционально-степенной ряд двух независимых переменных. Функционально-степенные ряды обладают рядом преимуществ. Во-первых, являясь аналитическим описанием искомого решения, функционально-степенные ряды позволяют делать выводы о его существовании и единственности. Во-вторых, коэффициенты таких рядов имеют определенный физический смысл. В-третьих, функционально-степенные ряды позволяют оценивать погрешность, происходящую при замене ряда полиномом определенного порядка.

В настоящей статье предлагается использовать обобщенные преобразования Лапласа и функционально-степенные ряды для анализа нелинейных нестационарных электрических цепей с неравномерно распределенными параметрами.

Вычислительный алгоритм анализа динамики нелинейных нестационарных электрических цепей с неравномерно распределенными параметрами. Динамику нелинейных нестационарных электрических цепей с неравномерно распределенными параметрами в ограниченных интервалах по времени *t* и по пространственной координате *x* в общем случае описывает нелинейное дифференциальное уравнение в частных производных:

$$A(\partial t, \partial x)z(t, x) = G(\partial t, \partial x)f(t, x) + H(z, t, x),$$
(1)

где  $A(\partial t, \partial x)$  – квадратная матрица порядка L с полиномиальными элементами, зависящими от  $\partial x$  и  $\partial t$ , причем коэффициенты этих полиномов в общем случае представляют собой функции времени t или пространственной координаты x, описывающие нестационарные по t или неравномерно распределенные по x параметры цепи соответственно; z(t,x) и f(t,x)– матрицы-столбцы реакций и внешних воздействий цепи соответственно;  $G(\partial t, \partial x)$  – прямоугольная матрица с полиномиальными элементами, зависящими от  $\partial x$  и  $\partial t$ ; H(z,t,x) – матрица-столбец, строки  $H_u(z,t,x)$ ,  $u \in [1; L]$ , которой содержат произведения искомых решений и их производных любого порядка в произвольных дробно-рациональных степенях.

Дополнительно заметим, что матрица  $A(\partial t, \partial x)$  уравнения (1) не содержит смешанных производных, но, по меньшей мере, в этой матрице содержатся старшие производные уравнения (1).

Предлагаемый вычислительный алгоритм решения уравнения (1) при заданных граничных  $z_l(t,0), t \in [t_0, T]$  и начальных  $z_l(0, x), x \in [x_0; X]$  (T, X – верхние границы временно́го и пространственного интервалов соответственно) условиях состоит из двух частей: аналитической и численной. В рамках аналитической части формируется описание искомого решения  $z_l(t, x), l \in [1; L]$ , в виде

$$z_l(t,x) = z_l^-(t,x) + z_l^+(t,x),$$
(2)

где  $z_l^-(t,x)$  – сингулярная составляющая искомого решения, описываемая как сумма произведений с некоторыми весовыми коэффициентами импульсных функций  $\delta_0(t)$  и  $\delta_0(x)$ или их обобщенных производных некоторых порядков;  $z_l^+(t,x)$  – регулярная составляющая искомого решения. Для описания регулярной составляющей  $z_l^+(t,x), l \in [1;L]$ , искомого решения  $z_l(t,x)$  уравнения (1) используется степенной ряд двух независимых переменных, имеющий следующие две эквивалентные формы представления:

$$z_{l}^{+}(t,x) = \sum_{i=0}^{\infty} R_{l,i}(t) \frac{x^{i}}{i!},$$
(3)

$$R_{l,i}(t) = \sum_{j=0}^{\infty} R_{l,j}^{[i]} \frac{t^j}{j!}$$
(4)

И

$$z_{l}^{+}(t,x) = \sum_{i=0}^{\infty} R_{l,i}(x) \frac{t^{i}}{i!},$$
(5)

$$R_{l,i}(x) = \sum_{j=0}^{\infty} R_{l,j}^{[i]} \frac{x^j}{j!}.$$
(6)

Степенные ряды (4) и (6) при i = 0 описывают заданные граничные  $z_l(t,0)$  и начальные  $z_l(0,x)$  условия соответственно. Форма описания (3) используется для выполнения шага расчета по независимой временной переменной t, а форма (5) – для выполнения шага расчета по независимой пространственной координате x.

Для определенности последующих преобразований и операций предположим, что необходимо получить описание регулярной составляющей  $z_l^+(t,x), l \in [1;L]$ , искомого решения  $z_l(t,x)$  в форме (3) для выполнения шага расчета по независимой переменной t. Реализация аналитической части предлагаемого вычислительного алгоритма начинается с приведения уравнения (1) к виду, допускающему использование интегрального преобразования Лапласа. С этой целью из матрицы  $A(\partial t, \partial x)$  выделяются нестационарные и неравномерно распределенные параметры, а каждая строка  $H_u(z,t,x), u \in [1;L]$ , матрицы H(z,t,x) приводится к аналогичному (3) виду:

$$H_{u}(z,t,x) = \sum_{i=0}^{\infty} T_{u,i}(t) \frac{x^{i}}{i!},$$
(7)

$$T_{u,i}(t) = \sum_{j=0}^{\infty} T_{u,j}^{[i]} \frac{t^j}{j!}.$$
(8)

Для получения описаний (7) необходимо разложить входящие в матрицу H(z,t,x) искомые решения  $z_l(t,x)$  и их производные в ряды вида (3) с неизвестными коэффициентами, затем возвести полученные ряды в необходимые степени относительно независимых переменных *t* и *x*. Возведение ряда (3) в некоторую дробно-рациональную степень может быть реализовано в два этапа: сначала относительно независимой переменной *x*, а затем относительно независимой переменной *t*. Возможность выполнения такой операции обусловлена самим видом ряда (3): внешняя часть ряда зависит только от переменной x, а внутренняя – только от переменной t. Поэтому сначала выполняется возведение ряда (3) в необходимую степень относительно переменной x, а внутренние ряды от t считаются постоянными относительно выполняемых операций по x. После выполнения необходимых операций будет получена сумма произведений функционально-степенных рядов относительно независимой переменной t в некоторых дробно-рациональных степенях. Приведение каждого члена полученной суммы к виду (8) осуществляется на основе формул, приведенных в работе [5].

Выделение нестационарных или неравномерно распределенных коэффициентов матрицы  $A(\partial t, \partial x)$  из уравнения (1) осуществляется по следующему алгоритму. Нестационарные или неравномерно распределенные коэффициенты матрицы  $A(\partial t, \partial x)$  раскладываются в ряды Тейлора в окрестности текущего момента времени или точки пространства. Произведения старших производных полученного ряда Тейлора на искомые решения и на их производные переносятся в правую часть уравнения (1) и преобразуются к аналогичному (3) виду с известными и неизвестными коэффициентами. При этом руководствуются следующими рекомендациями. Если рассматриваемое выражение содержит произведение формально описанного степенным рядом в форме (3) искомого решения  $z_l(t,x)$ ,

 $l \in [1; L]$ , или его производной и предварительно разложенного в степенной ряд по x неравномерно распределенного параметра цепи, то коэффициенты степенного ряда–результата этого произведения определяются как частный случай произведения рядов двух независимых переменных вида (3). Если же рассматриваемое выражение содержит произведение представленного в форме (3) искомого решения  $z_l(t,x), l \in [1; L]$ , и разложенного в степенной ряд по t нестационарного параметра цепи, то каждый из коэффициентов степенного ряда–результата этого произведения определяется как результат произведения соответствующего из внутренних рядов (3) и ряда для нестационарного параметра цепи. Выполнив все операции, получим

$$A^{*}(\partial t, \partial x)z(t, x) = G(\partial t, \partial x)f(t, x) + T(t, x),$$
(9)

где  $A^*(\partial t, \partial x)$  – матрица, полученная из матрицы  $A(\partial t, \partial x)$  посредством выделения из ее элементов коэффициентов, определяемых неравномерно распределенными или нестационарными параметрами цепи; T(t,x) – матрица-столбец, каждая из строк которой представляет собой степенной ряд двух независимых переменных, описывающий сумму произведений, образованных коэффициентами нестационарных или неравномерно распределенных параметров цепи, искомыми решениями  $z_r(t,x), r \in [1;L]$ , и их производными. При этом параметры и искомые решения представлены соответствующими степенными рядами с известными и неизвестными коэффициентами.

Переход от исходного описания уравнения динамики цепи (1) к описанию (9) носит эквивалентный характер, поскольку не меняет характера внутренних координатно-параметрических взаимосвязей уравнения динамики. Выполнив над уравнением (9) последовательно два интегральных преобразования Лапласа (сначала относительно независимой переменной t, а затем относительно независимой переменной x) получим

$$A^{*}(p,q)Z(p,q) = G(p,q)F(p,q) + Q(p,q) + T(p,q) = C(p,q),$$
(10)

где  $A^*(p,q)$ , G(p,q) – матрицы, полученные из исходных матриц  $A^*(\partial t, \partial x)$ ,  $G(\partial t, \partial x)$  заменой операторов дифференцирования  $\partial t$  и  $\partial x$  на комплексные переменные p и q соответственно; Z(p,q) и F(p,q) – матрицы-столбцы изображений реакций и внешних воздействий цепи соответственно; Q(p,q) – матрица-столбец начальных и граничных условий; T(p,q)– матрица-столбец, полученная из матрицы T(t,x) заменой членов  $t^k/k!$  и  $x^k/k!$  на члены  $p^{-(k+1)}$  и  $q^{-(k+1)}$  соответственно; C(p,q) – матрица-столбец приведенной правой части. Решив по правилу Крамера линейное алгебраическое уравнение (10), изображение искомого решения  $z_r(t,x)$ ,  $r \in [1;L]$ , уравнения (1) получим в виде результата от деления ряда B(p,q) на ряд  $A^*(p,q)$ :

$$Z_{l}(p,q) = \frac{B(p,q)}{A(p,q)} = \frac{\sum_{i=0}^{\infty} B_{l,N+J_{l}-i}(p)q^{N+J_{l}-i}}{\sum_{i=0}^{N} A_{i}(p)q^{i}} = \sum_{j=0}^{J_{l}} S_{l,j}(p)q^{j} + \sum_{i=0}^{\infty} R_{l,i}(p)q^{-(i+1)}, \quad (11)$$

причем при разложении в степенные ряды по пространственной переменной ряды B(p,q)и  $A^*(p,q)$  имеют коэффициенты  $B_{l,N+J_l-i}(p)$  и  $A^*_i(p,q)$  соответственно.

В описании (11) интегральному преобразованию Лапласа относительно независимой переменной *t* соответствует комплексная переменная *p*, а относительно независимой переменной *x* – комплексная переменная *q*. Для вычисления коэффициентов  $S_{l,j}(p)$ ,  $R_{l,i}(p)$  можно использовать формулы, приведенные в работе [5], но с учетом их зависимости от комплексной переменной *p*. При использовании указанных формул коэффициенты  $S_{l,j}(p)$ ,  $R_{l,i}(p)$  считаются постоянными относительно выполняемых операций по переменной *q*. Вычисленные коэффициенты  $S_{l,j}(p)$ ,  $R_{l,i}(p)$  представляют собой полиномы либо ряды Лорана по комплексной переменной *p*. Отметим, что если показатель  $J_l$  описания (11) отрицателен, то в искомом решении (2) уравнения (1) отсутствует сингулярная составляющая решения по переменной *x*, однако может присутствовать сингулярная составляющая решения по переменой *t*.

Предположим, что показатель  $J_l < 0$ . Тогда результатом выполненных преобразований служит следующее описание изображения искомого решения:

$$Z_{l}(p,q) = \sum_{i=0}^{\infty} R_{l,i}(p)q^{-(i+1)}, \qquad (12)$$

где

Известия вузов России. Радиоэлектроника. 2009. Вып. 4==

$$R_{l,i}(p) = \sum_{j=0}^{\infty} R_{l,j}^{[i]} p^{-(j+1)}.$$
(13)

Особенность описания (12) определяется тем, что оно имеет вид составного ряда Лорана, каждый коэффициент которого представляет собой описываемый равенством (13) ряд Лорана. Внутренние ряды Лорана (13) в окрестности бесконечно удаленной точки в общем случае имеют правильные и главные части. Правильная часть этих рядов является изображением регулярной составляющей решения в форме (3), главная – определяет наличие сингулярной составляющей решения по независимой переменной t и обусловлена согласованностью граничных и начальных условий и параметрами цепи. Так как внутренние ряды Лорана (13) зависят только от комплексной переменной *p*, а собственно внешний ряд Лорана (12) только от переменной q, то восстановление оригинала – регулярной составляющей искомого решения  $z_l^+(t,x), l \in [1;L], -$  может быть реализовано в два этапа. Сначала задача обратного интегрального преобразования Лапласа решается для каждого из коэффициентов  $R_{li}(p)$ , описываемого одним из рядов Лорана (13), а затем в целом для составного ряда Лорана (12). Согласно свойствам интегрального преобразования Лапласа правильной части рядов Лорана (13) в качестве оригинала соответствуют степенные ряды (4), а составному ряду Лорана (12) – оригинал, т. е. искомое решение  $z_l(t, x)$  в форме (2), регулярная составляющая которого описывается степенным рядом (3).

Отметим, что коэффициенты степенных рядов (3) теперь известны. Процедура аналитической части предлагаемого вычислительного алгоритма полностью исчерпана. В итоге получено искомое решение  $z_l(t,x)$ ,  $l \in [1;L]$ , уравнения динамики цепи (1) описания (2). При этом регулярная составляющая искомого решения описана степенным рядом в форме (3), что обеспечивает последующую реализацию численной части алгоритма относительно независимой переменной t.

В случае необходимости реализации в рамках численной части шагов расчета по независимой пространственной переменной *x* для описания регулярной составляющей искомого решения  $z_l^+(t,x)$ ,  $l \in [1;L]$  будет получена форма степенного ряда (5).

Описание аналитической части предлагаемого алгоритма заключает следующее необходимое дополнение. Как следует из изложенного, вопрос о существовании и о своеобразии описания сингулярной составляющей  $z_l^-(t,x)$  искомого решения  $z_l(t,x), l \in [1;L]$ уравнения (1) решается непосредственно при реализации процедуры аналитической части. При этом сингулярная составляющая решения целиком и полностью определяется согласованностью между граничными и начальными условиями и параметрами цепи на каждом шаге расчета. Следовательно, аналитическая часть метода позволяет определить сингулярную составляющую решения в точке с координатами (t = 0; x = 0) при заданных граничных и начальных условиях. Для любой другой точки вопрос о сингулярной составляющей решается на основании исследования взаимосвязей между формами (3), (5) описания регулярной составляющей решения. Если в результате этого исследования удается установить, что все коэффициенты  $S_{l,i}^{[i]}$  выражения (13) равны нулю и показатель  $J_l$  описания (11) отрицателен, то сингулярная составляющая решения  $z_l(t,x), l \in [1;L]$ , отсутствует, в противном случае она существует, отражая объективные характеристики цепи.

Численная часть предлагаемого вычислительного алгоритма решения уравнения (1) предназначена для расчета приближенных значений регулярной составляющей решения  $z_l^+(t,x), l \in [1;L]$ , соответствующих дискретным моментам времени  $t = t_k, t \in [t_0;T]$  и значениям пространственной координаты  $x = x_k$ ,  $x \in [x_0; X]$ . Полученная форма (3) описания регулярной составляющей решения  $z_l^+(t,x)$  обусловливает возможность реализации шага расчета по независимой переменной t. Для этого на основе исследования сходимости числовых мажорант степенных рядов (4) в соответствии с процедурой, изложенной в работе [5], выбирают величину шага расчета  $h_t$  по независимой переменной t, не превышающую наименьшего из радиусов сходимости этих степенных рядов. Выбрав величину шага расчета  $h_t$  и ограничив ряды Тейлора (3) полиномами, порядки  $I_l^{[i]}$  которых удовлетворяют заданному уровню  $\varepsilon_l(h)$  предельной абсолютной локальной погрешности расчета, вычисляют приближенные значения  $R_{l,i}(t, I_l^{[i]})$  коэффициентов  $R_{l,i}(t)$  степенного ряда (3). Вычисление этих значений носит рекуррентный характер, т. е. при вычислении приближенного значения каждого последующего коэффициента используются уже вычисленные приближенные значения соответствующих предыдущих коэффициентов. Итак.

$$R_{l,i}\left(t, I_l^{[i]}\right) = \sum_{j=0}^{I_l^{[i]}} R_{l,j}^{[i]} \frac{h_t^j}{j!}.$$
(14)

Вычисленные согласно равенствам (14) приближенные значения  $R_{l.i}(t, I_i^{[i]})$  коэффициентов  $R_{li}(t)$  степенного ряда (3) соответствуют значениям независимых переменных  $t = t_k = t_{k-1} + h_t$  и  $x = x_k$ . Заметим, что равенством (14) при i = 0 определяется приближенное значение  $z_l^+(t, x, I_l^{[0]}) = R_{l,0}(t, I_l^{[0]})$  регулярной составляющей искомого решения  $z_{l}^{+}(t,x), l \in [1;L]$ , соответствующее указанным дискретным значениям независимых переменных  $t = t_k = t_{k-1} + h_t$  и  $x = x_k$ .

С учетом полученных результатов расчета по (14) степенной ряд (3), изначально являющийся рядом двух независимых переменных, трансформируется в степенной ряд относительно одной независимой переменной:

$$z_{l}^{+}\left(t, x, I_{l}^{[i]}\right) = \sum_{i=0}^{\infty} R_{l,i}\left(t, I_{l}^{[i]}\right) \frac{x^{i}}{i!} \,. \tag{15}$$

11

Сформированный степенной ряд (15) описывает, причем приближенным образом, изменение относительно независимой переменной *x* начального условия для следующего шага расчета.

Из постановки задачи анализа динамики цепи следует, что для реализации второго шага расчета необходимо знание не только начального, но и граничного условия. Граничное условие для второго шага расчета может быть определено следующим образом. Как уже отмечалось, степенной ряд (4) при i = 0 описывает заданное граничное условие для текущего шага расчета  $z_l(t,0)$ , т. е. абсциссу точки разложения этого ряда при t = 0. Для смещения абсциссы точки разложения степенного ряда в новое дискретное значение независимой переменной  $t = t_k = t_{k-1} + h_t$  используется известный прием вычисления приближенных значений функции  $z_l(t,0)$  и ее производных по известному разложению этой функции в степенной ряд (4) при i = 0 [6]. Для реализации этого приема на основе операции последовательного дифференцирования степенного ряда (4) при i = 0 сначала формируют степенные ряды для производных функции  $z_l(t,0)$  в виде

$$\frac{d^{n} z_{l}(t,0)}{dt^{n}} = \frac{d^{n} R_{l,0}(t)}{dt^{n}} = \sum_{j=n}^{\infty} R_{l,j}^{[0]} \frac{t^{j-n}}{(j-n)!}.$$
(16)

где n = 0, 1, 2, ....

Все степенные ряды (16) имеют одинаковый радиус сходимости [6]. Тогда величина выбранного шага расчета  $h = h_t$ , по определению не превосходя радиуса сходимости степенного ряда (16) при n = 0, гарантированно не превышает общего радиуса сходимости всех остальных степенных рядов (16), n = 1, 2, ... Для дискретного момента времени  $t = t_k = t_{k-1} + h_t$  можно вычислить приближенные значения коэффициентов степенного ряда для граничного условия  $z_l(t,0)$ , причем абсцисса точки разложения данного степенного ряда при этом составит, как и необходимо,  $t = t_k$ . Необходимо отметить, что коэффициенты (16) входят в неявном виде в описания (4). Из этого следует, что при вычислении выражений (16) необходимо использовать те же порядки полиномов, что и при вычислении коэффициентов (14).

Определением приближенных описаний начальных и граничных условий для следующего шага расчета завершается процедура численной части предлагаемого вычислительного алгоритма анализа динамики нелинейных нестационарных электрических цепей с неравномерно распределенными параметрами. Далее ось аппликат переносят по *t* на величину шага выполненного расчета  $h = h_t$  и описанный вычислительный алгоритм в рамках своих взаимосвязанных и взаимообусловленных частей – аналитической и численной – повторяют заново.

Процедура реализации численной части предлагаемого алгоритма по переменной *x* на основе формы описания регулярной составляющей искомого решения  $z_l^+(t,x)$ ,  $l \in [1;L]$ , (5) полностью аналогична описанной ранее процедуре расчета по переменной *t* на основе формы описания указанной составляющей решения (3). При этом полученные ранее ре-

зультаты (14)–(16) преобразуются к следующему эквивалентному по содержанию и вычислительному характеру виду:

$$R_{l,i}\left(x, I_{l}^{[i]}\right) = \sum_{j=0}^{I_{l}^{[i]}} R_{l,j}^{[i]} \frac{h_{x}^{j}}{j!}; \ z_{l}^{+}\left(t, x, I_{l}^{[i]}\right) = \sum_{i=0}^{\infty} R_{l,i}\left(x, I_{l}^{[i]}\right) \frac{t^{i}}{i!};$$
$$\frac{d^{n} z_{l}\left(0, x\right)}{dt^{n}} = \frac{d^{n} R_{l,0}\left(x\right)}{dt^{n}} = \sum_{j=n}^{\infty} R_{l,j}^{[0]} \frac{x^{j-n}}{(j-n)!}.$$

**Пример.** Расчет динамики нелинейной электрической цепи с равномерно распределенными стационарными параметрами.

Пусть уравнение динамики цепи имеет вид

$$\left[a_{1}\left(\partial/\partial x\right)+a_{2}\left(\partial/\partial t\right)\right]z\left(t,x\right)=h_{1}z^{2}\left(t,x\right),$$
(17)

где  $a_1 = 1; a_2 = 1; h_1 = -1.5$ .

Граничные и начальные условия, разложенные в соответствующие степенные ряды, заданы и таковы:

$$z(t,0) = \frac{1}{0.5t+1} = \sum_{j=0}^{\infty} \alpha_j \frac{t^j}{j!}; \ \alpha_0 = 1, \ \alpha_1 = -0.5, \ \alpha_2 = 0.5, \ \dots$$
$$z(0,x) = \frac{1}{x+1} = \sum_{j=0}^{\infty} \beta_j \frac{x^j}{j!}; \ \beta_0 = 1, \ \beta_1 = -1, \ \beta_2 = 2, \ \dots$$

При заданных граничных и начальных условиях уравнение (17) имеет точное решение:

$$z(t,x) = (x+0.5t+1)^{-1},$$
(18)

что позволяет сравнить результаты, полученные предложенным алгоритмом с результатами аналитического решения [7].

Рассмотрим процедуру реализации аналитической части алгоритма. Сформируем описание регулярной составляющей  $z^+(t,x)$  искомого решения в композиционной форме (3) для выполнения шага расчета по независимой временной переменной *t*. Это описание с учетом принятых обозначений имеет следующий вид:

$$z^{+}(t,x) = \sum_{i=0}^{\infty} R_{i}(t) \frac{x^{i}}{i!}; R_{i}(t) = \sum_{j=0}^{\infty} R_{j}^{[i]} \frac{t^{j}}{j!}$$

Преобразовав уравнение (1) к виду уравнения (9), получим:

$$\left[a_1(\partial/\partial x) + a_2(\partial/\partial t)\right] z(t,x) = \sum_{i=0}^{\infty} T_i(t) \frac{x^i}{i!},$$
(19)

где

$$T_{0}(t) = h_{1}R_{0}(t)R_{0}(t) = h_{1}\sum_{j=0}^{\infty} R_{j}^{[0]} \frac{t^{j}}{j!} \sum_{j=0}^{\infty} R_{j}^{[0]} \frac{t^{j}}{j!} = \sum_{j=0}^{\infty} T_{j}^{[0]} \frac{t^{j}}{j!};$$
  
$$T_{0}^{[0]} = h_{1}R_{0}^{[0]}R_{0}^{[0]}, \ T_{1}^{[0]} = 2h_{1}R_{0}^{[0]}R_{1}^{[0]}, \ \dots;$$

1	2
1	5

Известия вузов России. Радиоэлектроника. 2009. Вып. 4=

$$T_{1}(t) = 2h_{1}R_{0}(t)R_{1}(t) = 2h_{1}\sum_{j=0}^{\infty}R_{j}^{[0]}\frac{t^{j}}{j!}\sum_{j=0}^{\infty}R_{j}^{[1]}\frac{t^{j}}{j!} = \sum_{j=0}^{\infty}T_{j}^{[1]}\frac{t^{j}}{j!};$$
  
$$T_{0}^{[1]} = 2h_{1}R_{0}^{[0]}R_{0}^{[1]}, \ T_{1}^{[1]} = 2h_{1}R_{1}^{[0]}R_{0}^{[1]} + 2h_{1}R_{0}^{[0]}R_{1}^{[1]}, \ \dots;$$

Выполнив последовательно два интегральных преобразования Лапласа над уравнением (19) (сначала относительно независимой временной переменной t, а затем относительно независимой пространственной переменной x), получим следующее описание:

$$[a_1q + a_2p]Z(p,q) = a_2Z(0,q) + a_1Z(p,0) + \sum_{i=0}^{\infty} \frac{T_i(p)}{q^{i+1}},$$
(20)

где Z(p,q) – изображение по Лапласу искомого решения;  $Z(0,q) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\beta_j}{q^{j+1}}$  – ряд Лора-

на для изображения начального условия;  $Z(p,0) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\alpha_j}{p^{j+1}}$  – ряд Лорана для изображе-

ния граничного условия;  $T_i(p)$  – коэффициенты, полученные из коэффициентов  $T_i(t)$  заменой членов  $t^k/k!$  на  $p^{-(k+1)}$ .

Решив линейное алгебраическое уравнение (20), для описания изображения искомого решения *Z*(*p*,*q*) получим выражение

$$Z(p,q) = \frac{B(p,q)}{A(p,q)} = \sum_{i=0}^{\infty} B_{N+J-i}(p) q^{N+J-i} / \sum_{i=0}^{N} A_i(p) q^i , \qquad (21)$$

где N = 1; J = -1;  $A_0(p) = a_2 p$ ;  $A_1(p) = a_1$ ;  $B_0(p) = a_1 Z(p,0) = a_1 \sum_{j=0}^{\infty} \alpha_j p^{-(j+1)}$ ;  $B_{-1}(p) = a_2 \beta_0 + T_0(p) = a_2 \beta_0 + \sum_{j=0}^{\infty} T_j^{[0]} p^{-(j+1)}$ ;  $B_{-2}(p) = a_2 \beta_1 + T_1(p) = a_2 \beta_1 + \sum_{j=0}^{\infty} T_j^{[1]} p^{-(j+1)}$ ; ....

Как видно из экспликации к выражению (21) J = -1, что указывает на отсутствие сингулярной составляющей по независимой пространственной переменной *x* в искомом решении уравнения (17). Разложив правильную дробно-рациональную функцию в правой части выражения (21) в ряд Лорана по переменной *q* в окрестности бесконечно удаленной точки, для изображения искомого решения Z(p,q) уравнения (17) получим следующее описание:

$$Z(p,q) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{R_i(p)}{q^{i+1}} = \sum_{j=0}^{J_{l,i}} S_{l,j}^{[i]} p^j + \sum_{j=0}^{\infty} R_{l,j}^{[i]} p^{-(j+1)} , \qquad (22)$$

где  $R_0(p) = B_0(p)/a_1 = Z(p,0) = \sum_{j=0}^{\infty} R_j^{[0]} p^{-(j+1)} (R_0^{[0]} = \alpha_0; R_1^{[0]} = \alpha_1; ...);$ 

$$\begin{split} R_{1}(p) &= \left[ B_{-1}(p) - a_{2}pR_{0}(p) \right] / a_{1} = a_{1}^{-1} \left\{ a_{2}\beta_{0} + \sum_{j=0}^{\infty} T_{j}^{[0]} p^{-(j+1)} - a_{2}R_{0}^{[0]} - a_{2}\sum_{j=0}^{\infty} R_{j+1}^{[0]} p^{-(j+1)} \right\} = \sum_{j=0}^{0} S_{j}^{[1]} p^{j} + \sum_{j=0}^{\infty} R_{j}^{[1]} p^{-(j+1)} \\ &\left[ S_{0}^{[1]} = \left( a_{2}\beta_{0} - a_{2}R_{0}^{[0]} \right) / a_{1}; R_{0}^{[1]} = \left( T_{0}^{[0]} - a_{2}R_{1}^{[0]} \right) / a_{1}; R_{1}^{[1]} = \left( T_{1}^{[1]} - a_{2}R_{2}^{[0]} \right) / a_{1}; \dots \right]; \\ R_{2}(p) &= \left[ B_{-2}(p) - a_{2}pR_{1}(p) \right] / a_{1} = a_{1}^{-1} \left\{ a_{2}\beta_{1} + \sum_{j=0}^{\infty} T_{j}^{[1]} p^{-(j+1)} \right\} + a_{1}^{-2} \left\{ a_{2}^{2}R_{0}^{[0]} p - a_{2}^{2}\beta_{0}p - a_{2}T_{0}^{[0]} + a_{2}^{2}R_{1}^{[0]} - a_{2}\sum_{j=0}^{\infty} T_{j+1}^{[0]} p^{-(j+1)} + a_{2}^{2}\sum_{j=0}^{\infty} R_{j+2}^{[0]} p^{-(j+1)} \right\} = \\ &= \sum_{j=0}^{1} S_{j}^{[2]} p^{j} + \sum_{j=0}^{\infty} R_{j}^{[2]} p^{-(j+1)}; \\ &\left( S_{0}^{[2]} = \left\{ a_{2}\beta_{1} + \left( a_{2}^{2}R_{1}^{[0]} - a_{2}T_{0}^{[0]} \right) / a_{1} \right\} / a_{1}; S_{1}^{[2]} = \left( a_{2}^{2}R_{0}^{[0]} - a_{2}^{2}\beta_{0} \right) / a_{1}^{2}; \dots \right]. \end{aligned}$$

Если коэффициенты  $R_i(p)$  описания (22) не содержат главных частей соответствующих рядов Лорана, т. е. все коэффициенты  $S_j^{[i]}$  равны нулю, то искомое решение уравнения (1) не содержит сингулярной составляющей по временной независимой переменной *t*. Наличие этой сингулярной составляющей решения определяется согласованностью граничных и начальных условий и параметров цепи на каждом шаге расчета. Для точки с координатами (t = 0, x = 0) ее существование определяется заданными граничными и начальными условиями. Для любой другой точки существование сингулярной составляющей решения по координате *t* определяется взаимосвязями между коэффициентами выражений (3), (5) описания регулярной составляющей решения. Поэтому для исследования решения необходимо рассмотреть вторую форму описания ее регулярной составляющей, предназначенную для выполнения шага расчета по пространственной независимой переменной *x* и имеющую вид (5).

Коэффициенты  $R_i(x)$  описания в форме (5) вычисляются рекуррентно. В результате анализа этого описания решения получим коэффициенты  $R_i(x)$  в виде

$$R_0(x) = \sum_{j=0}^{\infty} R_j^{[0]} \frac{x^j}{j!};$$

$$R_1(x) = a_2^{-1} \left( \sum_{j=0}^{\infty} T_j^{[0]} \frac{x^j}{j!} - a_1 \sum_{j=0}^{\infty} R_{j+1}^{[0]} \frac{x^j}{j!} \right) = a_2^2 \left( h_1 \sum_{j=0}^{\infty} R_j^{[0]} \frac{x^j}{j!} \sum_{j=0}^{\infty} R_j^{[0]} \frac{x^j}{j!} - a_1 \sum_{j=0}^{\infty} R_{j+1}^{[0]} \frac{x^j}{j!} \right);$$

Известия вузов России. Радиоэлектроника. 2009. Вып. 4==

$$R_{2}(x) = a_{2}^{-1} \left\{ \sum_{j=0}^{\infty} T_{j}^{[1]} \frac{x^{j}}{j!} + a_{2}^{-1} \left( a_{1}^{2} \sum_{j=0}^{\infty} R_{j+2}^{[0]} \frac{x^{j}}{j!} - a_{1} \sum_{j=0}^{\infty} T_{j+1}^{[0]} \frac{x^{j}}{j!} \right) \right\} = a_{2}^{-1} \left\{ 2h_{1} \sum_{j=0}^{\infty} R_{j}^{[1]} \frac{x^{j}}{j!} \sum_{j=0}^{\infty} R_{j}^{[0]} \frac{x^{j}}{j!} + a_{2}^{-1} \left( a_{1}^{2} \sum_{j=0}^{\infty} R_{j+2}^{[0]} \frac{x^{j}}{j!} - 2a_{1}h_{1} \sum_{j=0}^{\infty} R_{j+1}^{[0]} \frac{x^{j}}{j!} \sum_{j=0}^{\infty} R_{j}^{[0]} \frac{x^{j}}{j!} \right) \right\}; \dots$$

С учетом описания в форме (5) вычисленные приближенным образом граничные и начальные условия для текущего шага расчета по независимой переменной *t* таковы, что

$$z(t,0,I^{[i]}) = \sum_{j=0}^{\infty} \alpha_j^* \frac{t^j}{j!}; \ \alpha_0^* = \beta_0^*, \ \alpha_1^* = a_2^{-1} \Big[ h_1 \big(\beta_0^*\big)^2 - a_1 \beta_1^* \Big];$$

$$\alpha_2^* = a_2^{-1} \Big[ 2h_1 \beta_0^* \alpha_1^* + a_2^{-1} \big(a_1^2 \beta_2^* - 2a_1 h_1 \beta_0^* \beta_1^*\big) \Big]; \ \dots \qquad (23)$$

$$z(0,x,I^{[i]}) = \sum_{j=0}^{\infty} \beta_j^* \frac{x^j}{j!}; \ \beta_0^* = \sum_{i=0}^{I_0} R_i^{[0]} \frac{x^j}{j!}; \ \beta_1^* = \sum_{i=0}^{I_1} R_{i+1}^{[0]} \frac{x^j}{j!}; \ \beta_2^* = \sum_{i=0}^{I_2} R_{i+2}^{[0]} \frac{x^j}{j!}; \ \dots,$$

где  $I_i$  – порядок соответствующего полинома при приближенном вычислении коэффициентов. Рассмотрим с учетом описаний (23) коэффициент  $S_0^{[1]}$  описания (22):

$$S_0^{[1]} = \left(a_2\beta_0 - a_2R_0^{[0]}\right) / a_1 = \left(a_2\beta_0 - a_2\alpha_0\right) / a_1 = \left(a_2\beta_0 - a_2\beta_0\right) / a_1 = 0.$$

Отсюда следует, что главная часть ряда Лорана для коэффициента R<sub>1</sub>(p) отсутствует.

Рассматривая аналогичные описания коэффициентов  $S_1^{[2]}$  и  $S_0^{[2]}$ , получим

$$S_{1}^{[2]} = \left(a_{2}^{2}R_{0}^{[0]} - a_{2}^{2}\right) / a_{1}^{2} = 0;$$
  

$$S_{0}^{[2]} = a_{1}^{-1} \left[a_{2}\beta_{1} + a_{1}^{-1} \left(a_{2}^{2}R_{1}^{[0]} - a_{2}T_{0}^{[0]}\right)\right] = a_{1}^{-1} \left[a_{2}\beta_{1} + a_{1}^{-1} \left(a_{2}^{2}\alpha_{1} - h_{1}a_{2}\alpha_{0}^{2}\right)\right] =$$
  

$$= a_{1}^{-1}a_{2}\beta_{1} + a_{1}^{-1} \left[a_{2}\left(h_{1}\beta_{0}^{2} - a_{1}\beta_{1}\right) - h_{1}a_{2}\alpha_{0}^{2}\right] =$$
  

$$= a_{1}^{-1}a_{2}\beta_{1} + a_{1}^{-1} \left[a_{2}\left(h_{1}\beta_{0}^{2} - a_{1}\beta_{1}\right) - h_{1}a_{2}\beta_{0}^{2}\right] = 0.$$

Равенство нулю этих коэффициентов определяет отсутствие главной части ряда Лорана для коэффициента  $R_2(p)$ .

Аналогично можно показать отсутствие главных частей рядов Лорана в остальных коэффициентах  $R_i(p)$ . Следовательно

$$R_i(p) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{R_j^{\lfloor i \rfloor}}{p^{j+1}}.$$

По аналогичной методике можно показать отсутствие сингулярной составляющей решения при использовании формы (5) для продвижения по пространственной независимой переменной x. Таким образом, в уравнении (17) отсутствует сингулярная составляющая решения как по временной t, так и по пространственной переменной x для любых значений этих переменных.

Параметр	Значение					
n	0	41	80	121	160	199
x <sub>H</sub>	0.000000	0.599305	0.836362	0.961277	1.078924	1.188106
h <sub>x</sub>	-	0.018127	-	0.005957	—	—
t <sub>H</sub>	0.000000	1.427329	1.841344	2.004453	2.116250	2.231210
h <sub>t</sub>	0.184742	—	0.013210	—	0.005808	—
I[0]	8	6	5	3	4	-
$z(t,x,I^{[0]})$	1.000000	0.432344	0.362818	0.338532	0.319593	0.302689
z(t,x)	1.000000	0.432344	0.362708	0.337438	0.318770	0.303755
						Ταδημια γ

Таблица 1

Таблица 2

Параметр	Значение					
п	0	41	80	121	160	199
x <sub>H</sub>	0.000000	0.599333	0.836408	0.961345	1.079101	1.188376
$h_{\chi}$	-	0.018127	_	0.005962	-	-
t <sub>H</sub>	0.000000	1.427366	1.841399	2.004482	2.116386	2.231446
h <sub>t</sub>	0.184742	_	0.013209	-	0.005243	-
I[0]	13	11	11	9	10	-
$z(t,x,I^{[0]})$	1.000000	0.432335	0.362815	0.338437	0.319380	0.303462
z(t,x)	1.000000	0.432335	0.362699	0.337428	0.318746	0.302654

Выборочные результаты расчета динамики цепи с заданными предельными уровнями абсолютной локальной погрешности  $\varepsilon(h) = 10^{-5}$  приведены в табл. 1, а для  $\varepsilon(h) = 10^{-10}$  – в табл. 2, где n – порядковый номер расчета;  $x_{\rm H}$  и  $t_{\rm H}$  – абсциссы и ординаты начал вынесенных в таблицу шагов расчета по  $x - h_x$  и по  $t - h_t$  соответственно; z(t,x) – точные значения искомого решения, вычисленные на основе описания решения (18);  $I^{[0]}$  – соответствующий заданному предельному уровню абсолютной локальной погрешности расчета  $\varepsilon(h)$  порядок полинома Тейлора, используемого для вычисления приближенного значения  $z(t,x,I^{[0]})$  искомого решения уравнения (17). Как видно из приведенных таблиц, уровень абсолютной локальной погрешности расчета не оказывает существенного влияния на ход расчета уравнения (17).

#### Список литературы

1. Лобанов А. И., Петров И. Б. Вычислительные методы для анализа моделей сложных динамических систем. М.: Изд-во МФТИ, 2004. Ч. 1. 168 с.

2. Самарский А. А., Гулин А. В. Численные методы математической физики. М.: Науч. мир, 2003. 316 с.

3. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. М.: Изд-во Моск. гос. ун-та, 2002. 205 с.

4. Конторович М. И. Операционное исчисление и нестационарные явления в электрических цепях. 2-е изд. М.: Гостехиздат, 1953. 227 с.

5. Бычков Ю. А., Щербаков С. В. Расчет математических моделей динамических систем аналитическичисленным методом. СПб.: Технолит, 2008. 299 с. 6. Воднев В. Г., Наумович А. Ф., Наумович Н. Ф. Математический словарь высшей школы. М.: Изд-во МПИ, 1988. 527 с.

7. Полянин А. Д. Зайцев В. Ф. Справочник по нелинейным уравнениям математической физики: точные решения. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. 432 с.

Ju. A. Bychkov Saint-Petersburg state electrotechnical university "LETI" S. V. Scherbakov, A. A. Shumakov Pskov Volny institute

## Analysis of dynamic of nonlinear unstable electric circuits with nonuniformly distributed arguments based on formal power series

The computing analysis algorithm of nonlinear non-stationary electric circuits' dynamics with non-uniformly distributed parameters is offered. The mathematical basis of algorithm is made with the generalized functions, the generalized Laplace transformations and formal power series. The example of the offered algorithm using for calculation of dynamics of a nonlinear electric circuit with regularly distributed stationary parameters is resulted.

Nonlinear electric circuits, unstable nonuniformly distributed arguments, step of calculation, formal power series, Laplace transform, generalized function.

Статья поступила в редакцию 3 июля 2009 г.



Системы телекоммуникации, устройства передачи, приема и обработки сигналов

УДК 621.396.6

### А. Г. Вострецов, А. С. Павлов Новосибирский государственный технический университет Исследование алгоритма режекции пассивных помех

#### в системах синхронизации<sup>1</sup>

Исследовано влияние ширины зоны и числа центров режекции пассивных помех, используемых в качестве параметров известного алгоритма синхронизации, на точность синхронизации и величину энергетических потерь полезного сигнала. Приведены результаты имитационного моделирования, даны рекомендации по выбору параметров.

## Алгоритм синхронизации, алгоритм режекции, многолучевое распространение, пассивная помеха, обнаружение широкополосного сигнала

Разработанные и исследованные в [1], [2] алгоритмы синхронизации и режекции помех при обмене данными между быстродвижущимися объектами в условиях действия пассивных помех, обусловленных многолучевым распространением сигнала, показывают свою высокую эффективность, однако наилучшие характеристики системы связи возможно обеспечить только при оптимально выбранных параметрах алгоритмов.

Целью настоящей статьи является представление результатов исследования алгоритма синхронизации с режекцией пассивной помехи и определения рабочих параметров алгоритма.

Формат сигнала и алгоритм синхронизации. В системе связи используется пакетная передача данных с временным разделением каналов связи [3]. Временной слот, выделенный каждому пользователю для передачи данных, разбивается на два временных интервала  $T_c$  и  $T_u$ . В пределах интервала  $T_c$  происходит синхронизация источника и приемника, а в течение  $T_{\Pi}$  – выполняются передача и прием полезной информации.

Синхронизирующий сигнал с комплексной огибающей  $\dot{S}(t)$  передается в течение интервала времени  $T_{\rm c\ c}$  (рис. 1) и представляет собой высокочастотный сигнал, фазомодулированный М-последовательностью. Защитный интервал  $\Delta t_{31}$  предназначен для оценки



<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (грант № 08 – 01 – 00031).

<sup>©</sup> Вострецов А. Г., Павлов А. С., 2009

неизвестных характеристик шума при приеме, а интервал  $\Delta t_{32}$  – для исключения интерференции в точке приема отраженного от подстилающей поверхности синхросигнала и информационного сигнала, передаваемого в пределах интервала  $T_{\mu}$ . Защитный интервал  $\Delta t_{33}$  предназначен для предотвращения попадания отраженного от постилающей поверхности сигнала в следующий временной слот.

Модель наблюдаемого процесса. В качестве наблюдаемого на входе приемника процесса принята комплексная огибающая  $\dot{x}(t)$  аддитивной смеси полезного сигнала, пришедшего по "прямому" лучу, сигнала, отраженного от подстилающей поверхности и местных предметов, и "белого" гауссовского шума с неизвестной дисперсией, обусловленного действием собственных шумов приемника и диффузной составляющей помеховых сигналов.

Комплексная огибающая синхронизирующего сигнала  $\dot{S}(t)$  может быть представлена в виде  $\dot{S}_{\rm u}(t) = A_{\rm c}s_{\rm 3}(t-\tau_{\rm 3\,c})\exp[j(2\pi f_{\rm A}t+\psi_{\rm c})]$ , где  $A_{\rm c}$  – априори неизвестная амплитуда нормированного по энергии сигнала;  $s_{\rm 3}$  – известный нормированный по энергии сигнал;  $\tau_{\rm 3\,c}$ – временно́е запаздывание полезного сигнала, обусловленное задержкой распространения;  $f_{\rm A}$ – доплеровский сдвиг частоты "прямого" сигнала;  $\psi_{\rm c}$  – неизвестная начальная фаза сигнала. Отраженный от подстилающей поверхности сигнал представим в виде

$$\dot{P}_{1}(t) = A_{\Pi}s_{3}\left(t - \tau_{3\Pi}\right)\exp\left[j\left(2\pi f_{\Pi\Pi} + \psi_{\Pi}\right)\right],$$

где  $A_{\Pi}$  – неизвестная амплитуда помехи;  $\tau_{3 \Pi}$  – время задержки помехи относительно полезного сигнала;  $f_{\Pi \Pi}$  – допплеровский сдвиг частоты отраженного сигнала (помехи);  $\psi_{\Pi}$  – неизвестная начальная фаза помехи.

Алгоритмы синхронизации и режекции пассивной помехи. В настоящей статье представлены результаты исследования алгоритма, предложенного авторами в [1]. Согласно этому алгоритму формируются выборки  $\mathbf{x} = \{\dot{x}_1, ..., \dot{x}_{N_x}\}, N_x = \Delta t_{31}/\Delta \tau$ , и  $\mathbf{y} = \{\dot{y}_1, ..., \dot{y}_{N_y}\}, N_y = (T_{cc} + \Delta t_{32})/\Delta \tau$ , из отсчетов огибающей наблюдаемого процесса x(t), взятых с периодом дискретизации  $\Delta \tau$ , в пределах интервалов  $\Delta t_{31}$  и  $T_{cc} + \Delta t_{32}$  соответственно. Решающее правило алгоритма обнаружения имеет следующий вид:

$$\varphi(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \begin{cases} 1, F(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{\left| \langle \mathbf{y}, \hat{\mathbf{S}} \rangle \right|^2 / 2}{\|\mathbf{x}\|^2 \|\hat{\mathbf{S}}\|^2 / (2k)} > C(\alpha); \\ 0, F(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \le C(\alpha), \end{cases}$$
(1)

где  $\hat{\mathbf{S}}$  – опорный вектор;  $\langle \cdot, \cdot \rangle$ ,  $\|\cdot\|$  – скалярное произведение векторов и норма вектора в комплексном евклидовом пространстве соответственно;  $C(\alpha)$  – пороговая константа, зависящая только от заданного уровня вероятности ложной тревоги  $\alpha$  и определяемая как квантиль уровня 1– $\alpha$  распределения Фишера с 2, 2*k* степенями свободы.

Опорный вектор  $\hat{\mathbf{S}} = \mathbf{S} - \Pr_{LP}(\mathbf{S})$  составлен из отсчетов разности комплексной огибающей полезного сигнала и его проекции на пространство *LP*, натянутое на совокупность векторов  $\mathbf{S}^{\langle l \rangle}$ :  $\mathbf{S}^{\langle l \rangle} = \{S_{k,l} = s_3(k\tau_c - \tau_{3c} - \xi_l), k = \overline{1, N_y}\}, l = \overline{1, L},$ где  $\xi_l$  – центры режекции – значения времен задержки, для которых обеспечивается полное подавление отраженного сигнала; *L* – число центров режекции.

Оценка временно́го положения синхронизирующего сигнала проводилась в два этапа. На первом этапе решалась задача обнаружения всех принятых сигналов, на втором этапе оценивалось временно́е положение сигнала, пришедшего первым из числа превысивших пороговое значение  $C(\alpha)$  на предыдущем этапе. С целью снижения вероятности ложных срабатываний алгоритма на втором этапе при принятии решения о временно́м положении синхросигнала использовались только первые N = 2 сигнала, имеющих наибольшие значения статистики  $F(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  в (1).

**Параметры моделирования.** При имитационном моделировании процесса синхронизации формировалась комплексная огибающая  $\dot{x}(t)$ , состоящая из огибающих полезного и отраженного сигналов с амплитудами  $A_c$  и  $A_{\Pi}$  и "белого" гауссовского шума. Амплитуда помехи принималась равной амплитуде полезного сигнала  $A_{\Pi} = A_c$ , величина доплеровского сдвига составляла  $f_{\Pi} = 0.005 f_0$  ( $f_0$  – несущая частота). Частота дискретизации наблюдаемого процесса выбрана равной  $\Delta \tau = 1/\Delta f$  ( $\Delta f = 32$  МГц – полоса пропускания приемника), моменты взятия отсчетов в приемнике не синхронизированы с передатчиком. Начальные фазы сигнала и помехи моделировались в соответствии с равномерным распределением на интервале [0;  $2\pi$ ) и оставались неизменными в пределах одной реализации наблюдаемого процесса. Центры режекции выбирались в соответствии с выражением

$$\boldsymbol{\xi} = \left\{ \xi_l = \Lambda + (l-1)\nu, \ l = \overline{1, L} \right\},\$$

где  $\Lambda$  – временно́е положение первого центра режекции, а  $\nu$  – шаг следования центров режекции, выраженные в долях периода дискретизации  $\tau_{\pi}$ .

**Результаты моделирования.** Полученные результаты представлены на рис. 2–5. На рис. 2 представлена зависимость степени подавления пассивной помехи *Y* от времени ее запаздывания  $\tau_{3 \Pi} \in [0.15, 12]$ , выраженного в долях периода дискретизации. При моделирова-





нии использовались следующие параметры алгоритма:  $\Lambda = 1$ ,  $\nu = 1$ , L = 10. Анализ результатов позволяет сделать вывод о том, что значительное (Y > 200 дБ) подавление помехи достигается только при точном совпадении времени запаздывания помехи  $\tau_{3 \Pi}$  с временным положением одного из центров режекции. В противном случае степень подавления помехи Y уменьшается до 20...60 дБ. При нахождении помехи вне зоны режекции ( $\tau_{3 \Pi} \in [11, \infty)$ ) подавление существенно снижается и не превышает 1 дБ. Энергетические потери полезного сигнала не зависят от величины времени запаздывания помехи  $\tau_{3 \Pi}$  и составляют  $\Psi = 2.64 \text{ дБ}$ . Уменьшение шага между центрами режекции до  $\nu = 0.5$  и увеличение их количества до L = 19 (рис. 3) позволяет значительно повысить степень подавления помехи между центрами режекции ценой увеличения энергетических потерь полезного сигнала на 0.41 дБ ( $\Psi = 3.05 \text{ дБ}$ ).

Результаты моделирования процесса синхронизации при  $\Lambda = 1$ ,  $\nu = 0.5$ , L = 19 представлены на рис. 4 и 5, где  $\Delta$  и  $\sigma_{c\,c}$  – среднее значение и среднеквадратическое отклонение ошибки оценивания временного положения синхронизирующего сигнала соответственно. На рисунках результаты моделирования с использованием алгоритма режекции пассивной помехи обозначены штриховой линией, без использования – сплошной. Из рисунков видно, что режекция помехи позволяет существенно (до половины периода дискретизации) снизить погрешность оценки временно́го положения синхронизирующего сигнала. При расширении зоны и увеличении числа центров режекции помехи энергетические потери полезного сигнала возрастают. Так, при значениях параметров L = 254,  $\Lambda = 1$ ,  $\nu = 1$  энергетические потери сигнала составляют  $\Psi = 3.32$  дБ, в то время как при L = 508,  $\Lambda = 1$ ,  $\nu = 0.5$  они возрастают до  $\Psi = 6.32$  дБ.

Таким образом, в результате исследования алгоритма синхронизации и режекции установлено, что режекция помехи значительно повышает точность оценки временно́го положения синхросигнала, однако при этом имеют место энергетические потери полезного сигнала. Ширину зоны и число центров режекции следует выбирать, исходя из заданной точности оценки и допустимого уровня энергетических потерь сигнала.

#### Список литературы

1. Вострецов А. Г., Павлов А. С. Алгоритм синхронизации подвижных цифровых радиосистем передачи информации при наличии мешающих отражений // Науч. вестн. НГТУ. 2009. № 2. С. 22–32.

<sup>2.</sup> Павлов А. С. Исследование характеристик приема сигналов в радиотехнических системах передачи данных между быстродвижущимися объектами // Науч. вестн. НГТУ. 2009. № 3. С. 43–53.

3. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение / пер. с англ. М.: Вильямс, 2004. 1104 с.

A. G. Vostretsov, A. S. Pavlov Novosibirsk state technical university

#### Rejection method investigation for multipath interference in timing recovery systems

The bandwidth and the number of disturbance rejection centers influence on timing recovery error and energy loss of desired signal are analyzed in this work. Its simulation results are given. Recommendations on choosing rejection algorithm parameters are provided.

Timing recovery method, rejection method, multipath fading, multipath interference, wideband signal detection Статья поступила в редакцию 22 мая 2009 г.

#### УДК 551.501.81: 621.391

## Г. С. Нахмансон, А. В. Васильев Военный авиационный инженерный университет (Воронеж)

## Оценка интенсивности импульсного пуассоновского радиоизлучения, принимаемого на фоне шума

Рассматривается прием пуассоновской последовательности радиоимпульсов квадратурным приемником на фоне шумов аппаратуры. В предположении о равномерном распределении начальных фаз и содержании в амплитудах регулярной и флуктуационной составляющих найдены выражения для статистических характеристик оценок числа принимаемых импульсов в единицу времени.

## Импульсное радиоизлучение, регулярная составляющая амплитуды, флуктуационная составляющая амплитуды, статистическая оценка интенсивности импульсного радиоизлучения

Вопросам обнаружения и оценивания характеристик радиоимпульсов, имеющих различную природу возникновения, в частности атмосферных радиопомех, посвящены многие работы (см., например, [1]–[3]). Однако при рассмотрении таких задач основное внимание уделялось приему потоков радиоимпульсов, амплитуды которых полагались либо детерминированными, либо случайными [2]. В то же время в реальных ситуациях амплитуды импульсных сигналов, как правило, содержат одновременно и детерминированные, и случайные компоненты. Поэтому решение задач, связанных с оцениванием интенсивности потоков радиоимпульсов со случайными начальными фазами и амплитудами, содержащими детерминированные и случайные компоненты, представляет практический интерес.

Целью настоящей статьи является оценка числа радиоимпульсов со случайной начальной фазой и амплитудой (содержащей регулярную и случайную компоненты), принимаемых в единицу времени квадратурным приемником на фоне шумов.

Пусть на вход полосового фильтра приемника (рис. 1) с прямоугольной амплитудночастотной характеристикой, центральной частотой  $\omega_0$  и полосой пропускания  $\Delta \omega_{d}$  по-

ступает аддитивная смесь пуассоновской последовательности радиоимпульсов и некоррелированного "белого" шума со спектральной плотностью  $N_0$ . Число радиоимпульсов n, поступающих на вход приемника на интервале наблюдения *T*, подчиняется пуассоновскому распределению

$$W(n) = \frac{(\lambda T)^n}{n!} e^{-\lambda T}, n = 0, 1, 2, ...$$

где λ – среднее число импульсов, поступающих на вход приемника в единицу времени. Сигнал на выходе фильтра может быть представлен в виде

$$x(t) = \sum_{k=1}^{n} x_k(t),$$
 (1)

где  $x_k(t) = a_k F(t - \tau_k) \cos\left[\omega_0 t + \Phi(t - \tau_k) + \varphi_k\right] + n(t), \quad k = 1, 2, ..., n$ , причем  $a_k$ ,  $\varphi_k$  – амплитуда и начальная фаза *k*-го импульса соответственно;  $F(\cdot), \quad \Phi(\cdot) = \Phi$ ункции ам-

амплитуда и начальная фаза к-то импульса соответственно, T(t),  $\Phi(t) = \phi$ ункции амплитудной и фазовой модуляций радиоимпульсов на выходе входного фильтра соответственно;  $\tau_k$  – время прихода k-го импульса; n(t) – помеховая составляющая.

Законы амплитудной  $F(\cdot)$  и фазовой  $\Phi(\cdot)$  модуляций зависят от спектральной плотности радиоимпульсов на входе приемника и частотной характеристики фильтра. Поскольку спектральная плотность атмосфериков обычно значительно шире полосы пропускания входного фильтра, длительность радиоимпульсов на его выходе определяется временем его отклика:  $\tau_{\mu} = 1/\Delta f_{\phi}$  [3], [4].

Амплитуда  $a_k$  и начальная фаза  $\varphi_k$  *k*-го импульса описываются совместной плотностью распределения вероятностей [4]:

$$W(a_k, \varphi_k) = \frac{a_k}{2\pi\sigma_a^2} \exp\left(-\frac{a_k^2 + a_0^2 - 2a_k a_0 \cos\varphi_k}{2\sigma_a^2}\right); \ a_k \ge 0, \ |\varphi_k| \le \pi, \ k = 1, \ 2, \ \dots, \ n,$$

где  $\sigma_a^2$  – дисперсия флуктуационной составляющей амплитуды импульса;  $a_0$  – регулярная составляющая амплитуды импульса (предполагается, что  $a_0$  и  $\sigma_a^2$  одинаковы для всех импульсов).

Помеховая составляющая представляет собой нормальный случайный процесс с нулевым средним значением и функцией корреляции, зависящей от формы частотной характеристики входного фильтра:

$$\langle n(t_1)n(t_2)\rangle = N_0 \left(\frac{\Delta \omega_{\Phi}}{2\pi}\right)^2 \cos\left[\omega_0(t_1-t_2)\right] \int_0^{\min(t_1,t_2)} \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta \omega_{\Phi}\tau}{2}\right) \operatorname{sinc}\left[\left(\frac{\Delta \omega_{\Phi}}{2}\right)(|t_1-t_2|+\tau)\right] d\tau,$$

$$\bigvee_{\substack{x(t) \\ \Pi \text{ олосовой} \\ \Phi \text{ U} \cos(\omega_0 t)} \bigvee_{\substack{W \text{ ножитель} \\ \Psi \text{ MHOWAUTEЛЬ} \\ \Psi \text{ MHOWAUTEЛЬ$$

где  $\langle \cdot \rangle$  – операция статистического усреднения.

Сигнал (1) поступает в квадратурные каналы обработки, в которых перемножается с опорными сигналами  $U \cos \omega_0 t$  и  $U \sin \omega_0 t$  с амплитудой U и частотой  $\omega_0$ , совпадающей с центральной частотой полосы пропускания входного фильтра, с последующим текущим интегрированием фильтрами низких частот (ФНЧ) в течение времени  $T_{\rm u}$ , соизмеримом с длительностью импульсов. На выходе сумматора выходных сигналов квадратурных каналов при приеме *k*-го радиоимпульса формируется сигнал, описываемый выражением

$$M_{k} = M\left(\tau_{k} + T_{\mu}\right) = \left[\int_{\tau_{k}}^{\tau_{k}} x_{k}\left(\tau - \tau_{k}\right)U\cos\left(\omega_{0}\tau d\tau\right) + \int_{\tau_{k}}^{\tau_{k}} n(\tau)U\cos\left(\omega_{0}\tau d\tau\right)\right]^{2} + \left[\int_{\tau_{k}}^{\tau_{k}} x_{k}\left(\tau - \tau_{k}\right)V\sin\left(\omega_{0}\tau d\tau\right) + \int_{\tau_{k}}^{\tau_{k}} n(\tau)V\sin\left(\omega_{0}\tau d\tau\right)\right]^{2}.$$

$$\left(2\right)$$

После подстановки (1) в (2) и проведения преобразований выражение для  $M_k$  примет вид

$$M_{k} = a_{k}^{2}G^{2} + 2N_{1k}a_{k}(g_{1}\cos\varphi_{k} - g_{2}\sin\varphi_{k}) - 2N_{2k}a_{k}(g_{2}\cos\varphi_{k} + g_{1}\sin\varphi_{k}) + N_{1k}^{2} + N_{2k}^{2},$$

где  $G = \sqrt{g_1^2 + g_2^2}$ ;  $N_{1k}$  и  $N_{2k}$  – нормальные случайные некоррелированные между собой величины;  $\binom{g_1}{g_2} = \frac{U}{2} \int_0^{T_{\rm H}} F(\tau) \begin{cases} \cos \\ \sin \end{cases} [\Phi(\tau)] d\tau$ .

Случайные величины  $N_{1k}$  и  $N_{2k}$  определены как

$$\binom{N_{1k}}{N_{2k}} = U \int_{0}^{T_{\mu}} \left\{ \begin{array}{c} \cos \\ \sin \end{array} \right\} \left[ \omega_0 \left( \tau + \tau_k \right) \right] n \left( \tau + \tau_k \right) d\tau .$$

Они имеют нулевые средние значения, равные (при одном и том же k) дисперсии

$$\sigma_{N}^{2} = \left\langle N_{1k}^{2} \right\rangle = \left\langle N_{2k}^{2} \right\rangle = \frac{N_{0}}{16} \left( \frac{\Delta \omega_{\phi}}{\pi} \right)^{2} \left\{ \int_{0}^{\tau_{k}} \left[ \int_{\tau}^{T_{\mu} + \tau} \operatorname{sinc} \left( \frac{\Delta \omega_{\phi}}{2} t \right) dt \right]^{2} d\tau + \int_{0}^{T_{\mu}} \left[ \int_{0}^{T_{\mu} - \tau} \operatorname{sinc} \left( \frac{\Delta \omega_{\phi}}{2} t \right) dt \right]^{2} d\tau \right\}, \ k = 1, \dots, n$$

и коэффициенты корреляции

$$\rho_{k\nu} = \frac{1}{\sigma_N^2} \langle N_{1k} N_{1\nu} \rangle = \frac{1}{\sigma_N^2} \langle N_{2k} N_{2\nu} \rangle = \frac{1}{\sigma_N^2} \frac{N_0}{16} \left(\frac{\Delta \omega_{\Phi}}{\pi}\right)^2 \times \left\{ \int_0^{\tau_k} \int_{\tau_k}^{T_{\mu} + \tau} \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta \omega_{\Phi}}{2} t_1\right) dt_1 \int_{\alpha_{k\nu} + \tau}^{\alpha_{k\nu} + \tau + T_{\mu}} \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta \omega_{\Phi}}{2} t_2\right) dt_2 \right\} d\tau + \frac{1}{\sigma_N^2} \left\{ \int_0^{\tau_k} \int_{\tau_k}^{T_{\mu} + \tau} \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta \omega_{\Phi}}{2} t_2\right) dt_2 \right\} d\tau + \frac{1}{\sigma_N^2} \left\{ \int_0^{\tau_k} \int_{\tau_k}^{T_{\mu} + \tau} \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta \omega_{\Phi}}{2} t_2\right) dt_2 \right\} d\tau + \frac{1}{\sigma_N^2} \left\{ \int_0^{\tau_k} \int_{\tau_k}^{T_{\mu} + \tau} \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta \omega_{\Phi}}{2} t_2\right) dt_2 \right\} d\tau + \frac{1}{\sigma_N^2} \left\{ \int_0^{\tau_k} \int_{\tau_k}^{T_{\mu} + \tau} \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta \omega_{\Phi}}{2} t_2\right) dt_2 \right\} d\tau + \frac{1}{\sigma_N^2} \left\{ \int_0^{\tau_k} \int_{\tau_k}^{T_{\mu} + \tau} \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta \omega_{\Phi}}{2} t_2\right) dt_2 \right\} d\tau + \frac{1}{\sigma_N^2} \left\{ \int_0^{\tau_k} \int_{\tau_k}^{T_{\mu} + \tau} \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta \omega_{\Phi}}{2} t_2\right) dt_2 \right\} d\tau + \frac{1}{\sigma_N^2} \left\{ \int_0^{\tau_k} \int_{\tau_k}^{T_{\mu} + \tau} \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta \omega_{\Phi}}{2} t_2\right) dt_2 \right\} d\tau + \frac{1}{\sigma_N^2} \left\{ \int_0^{\tau_k} \int_{\tau_k}^{T_{\mu} + \tau} \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta \omega_{\Phi}}{2} t_2\right) dt_2 \right\} d\tau + \frac{1}{\sigma_N^2} \left\{ \int_0^{\tau_k} \int_{\tau_N}^{T_{\mu} + \tau} \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta \omega_{\Phi}}{2} t_2\right) d\tau + \frac{1}{\sigma_N^2} \left\{ \int_0^{\tau_k} \int_{\tau_N}^{T_{\mu} + \tau} \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta \omega_{\Phi}}{2} t_2\right) d\tau + \frac{1}{\sigma_N^2} \left\{ \int_0^{\tau_k} \int_{\tau_N}^{T_{\mu} + \tau} \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta \omega_{\Phi}}{2} t_2\right) d\tau + \frac{1}{\sigma_N^2} \left\{ \int_0^{\tau_N} \int_{\tau_N}^{T_{\mu} + \tau} \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta \omega_{\Phi}}{2} t_2\right) d\tau + \frac{1}{\sigma_N^2} \left\{ \int_0^{\tau_N} \int_{\tau_N}^{T_{\mu} + \tau} \int_{\tau_N}^{T_{\mu} + \tau} \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta \omega_{\Phi}}{2} t_2\right) d\tau + \frac{1}{\sigma_N^2} \left\{ \int_0^{\tau_N} \int_{\tau_N}^{T_{\mu} + \tau} \int_{\tau_$$

Известия вузов России. Радиоэлектроника. 2009. Вып. 4==

$$+\int_{0}^{T_{\mu}}\left[\int_{\alpha_{k\nu}-\tau}^{T_{\mu}+\alpha_{k\nu}-\tau}\operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta\omega_{\phi}}{2}t_{1}\right)dt_{1}\int_{\tau}^{T_{\mu}+\tau}\operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta\omega_{\phi}}{2}t_{2}\right)dt_{2}\right]d\tau\bigg],$$

где  $\alpha_{k\nu} = \tau_k - \tau_{\nu}$  – временно́й интервал между временами приходов *k*-го и v-го импульсов.

Полагая импульсы неперекрывающимися (что справедливо при  $\alpha_{kv} \ge 2T_{\mu} = 2/\Delta f_{\phi}$ ), после преобразований получим

$$\sigma_{N}^{2} = \frac{N_{0}}{\pi^{2} \Delta \omega_{\phi}} h \left( bh + \cos b - \frac{h + h_{1}}{2h} \right), \ k = 1, \ \dots, \ n;$$
$$\rho_{k\nu} = \begin{cases} \frac{(bh - 2)h_{1}}{2bh^{2} + 2h\cos b - h - h_{1}}, \ \alpha_{k\nu} = 2T_{\mu};\\ 0, \ \alpha_{k\nu} > 2T_{\mu}, \end{cases}$$

где  $h = \int_{0}^{b} \operatorname{sinc} x \, dx$ ;  $h_{1} = \int_{0}^{2b} \operatorname{sinc} x \, dx$ ;  $b = \frac{\Delta \omega_{\Phi}}{2} T_{\mu}$ .

С выхода сумматора сигнал  $M_k$  поступает на вход порогового устройства, сравнивающего его с порогом  $M_{\Pi}$  и формирующего результат по алгоритму

$$\xi_{k} = \xi \left( T_{\mu} + \tau_{k} \right) = \begin{cases} 1, & \max M_{k} \ge M_{\Pi}; \\ 0, & \max M_{k} < M_{\Pi}. \end{cases}$$
(3)

На основании выходных отсчетов  $\xi_k$ , k = 1, 2, ..., следующий сумматор формирует оценку количества зарегистрированных импульсов *n*, поступивших на вход приемника в единицу времени:

$$z_n = \frac{1}{T} \sum_{k=1}^n \xi_k \ .$$
 (4)

Для оценки эффективности измерения среднего числа импульсов, поступающих на вход приемника в единицу времени, необходимо найти статистические характеристики формируемой оценки  $z_n$ . По аналогии с [4], [5] можно показать, что выражения для среднего значения и дисперсии оценки  $z_n$  с учетом (3) и (4) определяются как

$$\left\langle z_{n}\right\rangle = \frac{1}{T} \left\langle \sum_{k=1}^{n} \xi_{k} \right\rangle = \frac{\langle n \rangle}{T} D;$$

$$\sigma_{z}^{2} = \left\langle z_{n}^{2} \right\rangle - \left\langle z_{n} \right\rangle^{2} = \frac{1}{T^{2}} \left\langle \sum_{k=1}^{n} \xi_{k}^{2} \right\rangle + \frac{1}{T^{2}} \left\langle \sum_{k\neq\nu}^{n} \xi_{k} \xi_{\nu} \right\rangle - \frac{1}{T^{2}} \left\langle n \rangle^{2} D^{2} =$$

$$= \frac{1}{T^{2}} \left( \left\langle n \right\rangle D - \left\langle n \right\rangle^{2} D^{2} + \left\langle \sum_{k\neq\nu}^{n} D_{k\nu} \right\rangle \right),$$
(5)

где

Известия вузов России. Радиоэлектроника. 2009. Вып. 4

$$D = \int_{M_{\rm n}}^{\infty} W(M_k) dM_k \tag{6}$$

– вероятность превышения сигналом на выходе сумматора  $M_k$  порога  $M_{\Pi}$   $(W(M_k) -$ плотность распределения вероятностей значений  $M_k$ );  $D_{k\nu} = \int_{M_{\Pi}}^{\infty} \int W(M_k, M_{\nu}) dM_k dM_{\nu} -$ 

вероятность совместного превышения сигналами на выходе сумматора  $M_k$  и  $M_v$  порога  $M_{\Pi}$  при приеме *k*-го и v-го импульсов соответственно  $(W(M_k, M_v))$  – совместная плотность распределения вероятностей значений сигналов  $M_k$  и  $M_v$ ).

Для нахождения  $W(M_k)$  и  $W(M_k, M_v)$  воспользуемся методом характеристических функций. Одномерная и двумерная плотности вероятностей связаны с характеристическими функциями соотношениями [4]:

$$W(M_k) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Theta_k(u) e^{-juM_k} du; \qquad (7)$$

$$W(M_k, M_v) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int \Theta_{kv}(u_1, u_2) e^{-j(u_1M_k + u_2M_v)} du_1 du_2 , \qquad (8)$$

где

$$\Theta_{k}\left(u\right) = \left\langle e^{juM_{k}} \right\rangle; \ \Theta_{k\nu}\left(u_{1}, u_{2}\right) = \left\langle e^{j\left(u_{1}M_{k} + u_{2}M_{\nu}\right)} \right\rangle$$

$$\tag{9}$$

-одномерная и двумерная характеристические функции соответственно.

Проведя в (9) усреднение, получим выражения для характеристических функций применительно к рассматриваемой модели в виде

$$\theta_k(u) = \frac{1}{1 - juq} \exp\left(\frac{jua_0^2 G^2}{1 - juq}\right); \tag{10}$$

$$\theta_{k\nu}(u_1, u_2) = \frac{1}{z} \exp\left\{Aq \frac{j(u_1 + u_2) + 2qu_1u_2[1 - \rho_{k\nu}/(1 + Q)]}{z}\right\},$$
(11)

где 
$$q = 2\sigma_{\Pi}^2 (1+Q);$$
  $z = (1-ju_1q)(1-ju_2q) + u_1u_2 q^2 \rho_{k\nu}^2 / (1+Q)^2;$   $A = \gamma Q / (1+Q);$ 

 $Q = (\sigma_a^2/\sigma_{\Pi}^2)G^2$  – отношение "сигнал/шум" для флуктуационной составляющей сигнала, определяемое как отношение мощности флуктуационной составляющей амплитуды импульса к мощности помехи на выходе квадратурного канала обработки;  $\gamma = a_0^2/2\sigma_a^2$  – отношение мощности регулярной составляющей амплитуды импульса к мощности флуктуационной составляющей этой амплитуды.

Из (7), (10) следует, что одномерная плотность распределения вероятностей выходного сигнала сумматора  $M_k$  при приеме отдельного импульса определяется как  $W(M_k)$  =  $=(1/q)e^{-A-M'_k}I_0(2\sqrt{AM'_k})$ , где  $I_0(\cdot)$  – функция Бесселя нулевого порядка от мнимого аргумента;  $M'_k = M_k/q$ . С учетом этого выражения вероятность превышения порога  $M_{\Pi}$  выходным сигналом сумматора при наличии одного импульса составит

$$D = 1 - 2e^{-A} \int_{0}^{\sqrt{M_{\pi}/q}} xe^{-x^{2}} I_{0}(2\sqrt{A}x) dx$$

Обычно порог  $M_{\Pi}$  задают через вероятность ложной тревоги  $P_{\Pi T}$ , которую в рассматриваемом случае можно найти из (6), положив  $\sigma_{a} = 0$ :  $P_{\Pi T} = \exp\left(-M_{\Pi}/2\sigma_{\Pi}^{2}\right)$ .

Окончательно получим

$$D = 1 - 2e^{-A} \int_{0}^{M_0} x e^{-x^2} I_0(2\sqrt{A}x) dx, \qquad (12)$$

где  $M_0 = \sqrt{-\ln P_{\pi \, \mathrm{T}} / (1 + Q)}$ .

Для нахождения двумерной плотности вероятностей  $W(M_k, M_v)$  представим двумерную характеристическую функцию  $\theta_{kv}(u_1, u_2)$  в виде ряда по  $\rho_{kv}$ :

$$\theta_{k\nu}(u_1, u_2) = \frac{\exp[jA(\chi_1 + \chi_2)]}{(1 - ju_1q)(1 - ju_2q)} \left\{ 1 - \frac{\rho_{k\nu}\chi_1\chi_2}{(1 + Q)^2} \left[ 2\gamma Q + \rho_{k\nu} + jA(\chi_1 + \chi_2)\rho_{k\nu} - 2A^2\rho_{k\nu}\chi_1\chi_2 \right] + \ldots \right\},$$

где  $\chi_i = u_i q / (1 - j u_i q)$ , i = 1, 2.

Тогда двумерная плотность распределения вероятностей значений выходных сигналов сумматора  $M_k$  и  $M_v$  в соответствии с (8), (11) определится как

$$W(M_{k},M_{\nu}) = \frac{1}{q^{2}} e^{-2A - (M_{k}+M_{\nu})/q} \left[ I_{0} \left( 2\sqrt{A\frac{M_{k}}{q}} \right) I_{0} \left( 2\sqrt{A\frac{M_{\nu}}{q}} \right) + \frac{\rho_{k\nu}}{(1+Q)^{2}} (2\gamma Q + \rho_{k\nu}) l_{1k} l_{1\nu} + A \frac{\rho_{k\nu}^{2}}{(1+Q)^{2}} (l_{1k} l_{2\nu} + l_{1\nu} l_{2k}) + 2A^{2} \frac{\rho_{k\nu}^{2}}{(1+Q)^{2}} l_{2k} l_{2\nu} + \dots \right], \quad (13)$$

где

$$l_{1k} = I_0 \left( 2\sqrt{AM_k/q} \right) - \sqrt{M_k/Aq} I_1 \left( 2\sqrt{AM_k/q} \right);$$
  
$$l_{2k} = \sqrt{M_k/Aq} \left( 2 + 1/A \right) I_1 \left( 2\sqrt{AM_k/q} \right) - \left( 1 + M_k/Aq \right) I_0 \left( 2\sqrt{AM_k/q} \right);$$

 $I_1(.) - функция Бесселя 1-го рода первого порядка.$ 

На основании (13) вероятность одновременного превышения порога  $M_{\Pi}$  выходными сигналами  $M_k$  и  $M_v$  при приеме *k*-го и v-го импульсов составит

$$D_{kv} = D^{2} + 2\gamma Q \rho_{kv} (D - D_{1})^{2} / (1 + Q)^{2} + \rho_{kv}^{2} / (1 + Q)^{2} \left\{ \left[ D + A (2D_{1} - D - D_{2}) \right]^{2} + \left[ D_{1} + A (2D_{1} - D - D_{2}) \right]^{2} \right\},$$
(14)

где

$$D_{1} = 1 - \frac{2}{\sqrt{A}} e^{A} \int_{0}^{M_{0}} x^{2} e^{x^{2}} I_{1}(2x\sqrt{A}) dx; D_{2} = 1 + \frac{1}{A} - \frac{2}{A} e^{-A} \int_{0}^{M_{0}} x^{3} e^{-x^{2}} I_{0}(2x\sqrt{A}) dx.$$
(15)

n

**ว** /

. 2

С учетом (5), (12), (14) получены выражения для смещения и среднеквадратического отклонения (СКО) оценки величины среднего числа импульсов, принимаемых в единицу времени:

$$\left\langle z_{n}-\lambda\right\rangle = \lambda(D-1); \left\langle \left(z_{n}-\lambda\right)^{2}\right\rangle = \sigma_{z}^{2}+\lambda^{2}(D-1)^{2},$$
  
где  $\sigma_{z}^{2} = \frac{1}{T^{2}}\left\{\lambda TD+2\frac{A}{1+Q}D_{1}^{2}\left\langle\sum_{k\neq\nu}^{n}\rho_{k\nu}\right\rangle + \frac{1}{\left(1+Q\right)^{2}}\left[\left(D_{1}-AD_{2}\right)^{2}+A^{2}D_{2}^{2}\right]\left\langle\sum_{k\neq\nu}^{n}\rho_{k\nu}^{2}\right\rangle\right\}.$ 

Для оценки величин  $\left\langle \sum_{k\neq\nu}^{n} \rho_{k\nu} \right\rangle$  и  $\left\langle \sum_{k\neq\nu}^{n} \rho_{k\nu}^{2} \right\rangle$  учтем, что временной интервал, на кото-

ром  $\rho_{kv}$  отличен от нуля, и длительность принимаемых импульсов, составляют, примерно,  $1/\Delta f_{\Phi}$ . Следовательно,  $\rho_{k\nu}$  отличен от нуля и равен  $\rho_{\Delta}$  только при  $|\tau_k - \tau_{\nu}| \le 2/\Delta f_{\Phi}$ . Тогда

$$\left\langle \sum_{k\neq\nu}^{n} \rho_{k\nu} \right\rangle = e^{-\lambda T} \frac{(\lambda T)^{n_{\rm rp}}}{n_{\rm rp}!} 2(n_{\rm rp}-1) \rho_{\Delta}; \left\langle \sum_{k\neq\nu}^{n} \rho_{k\nu}^{2} \right\rangle = e^{-\lambda T} \frac{(\lambda T)^{n_{\rm rp}}}{n_{\rm rp}!} (n_{\rm rp}-1) \rho_{\Delta}^{2}$$

где  $n_{\rm \Gamma p} = T/2T_{\rm H} = T\Delta f_{\rm fb}/2$ .

Выражение для СКО оценки величины среднего числа импульсов, принимаемых в единицу времени, имеет вид  $\langle (z_n - \lambda)^2 \rangle = \sigma_z^2 + \lambda^2 (D - 1)^2$ , где

$$\sigma_z^2 = \frac{1}{T^2} \left\{ \lambda T D + \frac{\rho_{\Delta}}{1+Q} \left[ 2AD_1^2 + \frac{\left(D_1 - AD_2\right)^2 + A^2 D_2^2}{1+Q} \rho_{\Delta} \right] e^{-\lambda T} \sqrt{\frac{\Delta f_{\Phi} T}{\pi}} \left( \frac{2\lambda e}{\Delta f_{\Phi}} \right)^{\Delta f_{\Phi} T/2} \right\}.$$

В частном случае, когда амплитуды импульсов содержат только регулярную составляющую  $(a = a_0; \sigma_a^2 = 0)$ , выражение для смещения и СКО оценки величины среднего числа импульсов, принимаемых в единицу времени, примут вид

$$\left\langle z_{n}-\lambda\right\rangle = \lambda(D-1); \left\langle \left(z_{n}-\lambda\right)^{2}\right\rangle = \sigma_{z}^{2} + \lambda^{2}(D-1)^{2}, \tag{16}$$
  
где  $\sigma_{z}^{2} = \frac{1}{T^{2}} \left\{\lambda TD + \left[2\rho_{\Delta}Q_{0}D_{1}^{2} + \rho_{\Delta}^{2}\left(D_{1}-AD_{2}\right) + \rho_{\Delta}^{2}A^{2}D_{2}^{2}\right]e^{-\lambda T}\left(\frac{2\lambda e}{\Delta f_{\Phi}}\right)^{\Delta f_{\Phi}T/2}\sqrt{\frac{\Delta f_{\Phi}T}{\pi}}\right\};$ 

 $Q_0 = a_0^2 G^2 / \sigma_{\Pi}^2$  – отношение "сигнал/шум" для регулярной составляющей амплитуды импульсов; D определяется из (12), а  $D_1$  и  $D_2$  – из (15) при условиях  $A = Q_0$ ,  $M_0 = \sqrt{-\ln P_{\rm JT}}$ .

В другом частном случае, если составляющая амплитуды отсутствует  $(a_0 = 0)$ , выражения (16) преобразуются к виду

$$\langle z_n - \lambda \rangle = \lambda \left[ P_{\text{JT}}^{1/(1+Q)} - 1 \right]; \langle (z_n - \lambda)^2 \rangle = \sigma_z^2 + \lambda^2 (D-1)^2,$$

29

Известия вузов России. Радиоэлектроника. 2009. Вып. 4=

где 
$$\sigma_z^2 = \frac{P_{\pi \tau}^{1/(1+Q)}}{T^2} \left[ \lambda T + \rho_\Delta^2 \frac{P_{\pi \tau}^{1/(1+Q)}}{(1+Q)^2} e^{-\lambda T} \left( \frac{2\lambda e}{\Delta f_{\phi}} \right)^{\Delta f_{\phi}T/2} \sqrt{\frac{\Delta f_{\phi}T}{\pi}} \right].$$

На рис. 2, 3 представлены результаты расчетов нормированных зависимостей смещения  $\langle z_n - \lambda \rangle / \lambda$  и СКО  $\langle (z_n - \lambda)^2 \rangle T / \lambda$  оценки среднего числа импульсов, принимаемых в единицу времени, как функций от отношения "сигнал/шум" Q при различных значениях вероятности ложной тревоги  $P_{n,T}$  и отношения мощности регулярной составляющей амплитуды импульса к мощности флуктуационной составляющей амплитуды импульсов, принимаемых за время наблюдения, полагалось  $\lambda T = 50$  [5]. Зависимости на рис. 2 получены для уровня ложной тревоги  $P_{n,T} = 10^{-3}$ , а на рис. 3 – для  $P_{n,T} = 10^{-5}$ . Кривые *1* соответствуют  $\gamma = 0$ , кривые  $2 - \gamma = 1$ , кривые  $3 - \gamma = 2$ , а кривые 4 соответствуют случаю, когда амплитуды импульсов содержат только регулярную составляющую. При расчетах кривых *1–3* отношение "сигнал/шум" определялось как  $Q = \sigma_a^2 G^2 / \sigma_n^2$ , а при расчете кривых 4 -как  $Q_0 = a_0^2 G^2 / \sigma_n^2$ .

Как следует из кривых на рис. 2 и 3, с увеличением отношения "сигнал/шум" Q нормированные смещения оценок числа принимаемых радиоимпульсов стремятся к нулю, а их нормированные СКО – к единице, причем тем быстрее, чем больше  $\gamma = a_0^2 / 2\sigma_a^2$ . Действительно, при постоянном отношении "сигнал/шум" для флуктуационной составляющей сигнала увеличение  $\gamma$  соответствует увеличению энергии принимаемого импульса и, следовательно, увеличению вероятности превышения порога. Так, для достижения нормиро-



Puc. 3

ванного значения смещения оценки  $\langle z_n - \lambda \rangle / \lambda = -0.2$  уменьшение вероятности ложной тревоги с  $P_{\Pi T} = 10^{-3}$  до  $P_{\Pi T} = 10^{-5}$  требует увеличения отношения "сигнал/шум" при  $\gamma = 0$  с Q = 32 до Q = 50, при  $\gamma = 1$  – с Q = 21 до Q = 42, при  $\gamma = 2$  с Q = 8 до Q = 15, а при наличии у амплитуд импульсов только регулярной составляющей – с Q = 4 до Q = 7.

Для достижения нормированного значения СКО оценки числа принимаемых импульсов  $\langle (z_n - \lambda)^2 \rangle T / \lambda = 200$  уменьшение вероятности ложной тревоги с  $P_{\rm JT} = 10^{-3}$  до  $P_{\rm JTT} = 10^{-5}$  требует увеличения отношения "сигнал/шум" при  $\gamma = 0$  с Q = 23 до Q = 36, при  $\gamma = 1 - c$  Q = 14 до Q = 22, при  $\gamma = 2$  с Q = 5 до Q = 7, а при наличии у амплитуд импульсов только регулярной составляющей – с Q = 3 до Q = 4.

Таким образом, полученные в работе аналитические соотношения позволяют оценивать эффективность измерения импульсного радиоизлучения атмосферных радиопомех, принимаемых в условиях шумов, в общем случае, когда начальные фазы радиоимпульсов случайны, а их амплитуды содержат как регулярные, так и случайные компоненты.

#### Список литературы

1. Добряк Д. С. Об одном способе построения модели атмосферных радиопомех // Радиотехника и электроника. 1980. № 3. С. 522–528.

2. Добряк Д. С., Петрова Л. Г., Элбакидзе А. В. Оценка параметров распределения интенсивности потока выбросов атмосферных помех на очень низких частотах // Радиотехника и электроника. 1980. № 12. С. 2557–2565.

3. Ремизов Л. Т. Естественные радиопомехи. М.: Наука, 1983. 200 с.

4. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. М.: Сов. радио, 1966. 678 с.

5. Крамер Г., Лидбеттер М. Р. Стационарные случайные процессы. М.: Мир, 1963. 398 с.

#### G. S. Nakhmanson, A. V. Vasilyev Air force engineering university (Voronezh)

#### Estimation of impulse Poisson radio emission intensity received on a background of a noise

Reception of radio impulses Poisson sequence by the quadrature receiver on a instrumentation noise background is considered. In suppositions about a uniform distribution of initial phases and contents regular and fluctuation components in amplitudes the expressions for the statistical characteristics of estimations of number of received impulses in time unit are retrieved.

Impulse radio emission, regular component of amplitude, fluctuation component of amplitude, statistic estimation of the impulse radio emission intensity

Статья поступила в редакцию 20 апреля 2009 г.

УДК 621.396.4

## Е.Б.Соловьева, С.А.Дегтярев Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет "ЛЭТИ"

# Подавление нелинейных искажений сигналов в спутниковом канале связи на основе итерационно-операторного метода

Итерационно-операторный метод применен для компенсации нелинейных искажений сигналов в нерекурсивной модели спутникового канала связи. Приведено условие сходимости итерационной процедуры компенсации, описаны способы понижения ее вычислительных затрат. Представлены результаты компенсации при действии в канале связи гауссовского шума. Выполнено сравнение результатов итерационно-операторной компенсации с результатами, полученными методом фиксированной точки, линейной инверсией, инверсией р-го порядка.

## Нелинейная компенсация, итерационно-операторный метод, нелинейные искажения, слепая линеаризация, спутниковый канал связи

Во многих областях электро- и радиотехники актуальна борьба с нелинейными искажениями, появляющимися вследствие нарушения линейных свойств исходных устройств при изменении параметров действующих сигналов. Эффективным способом подавления нелинейных искажений является нелинейная компенсация [1].

Коррекция моделей нелинейных устройств может выполняться с помощью известных методов "слепой" компенсации, не предполагающих обучения компенсатора и наличия обучающего сигнала [2]–[6]. Известно несколько методов слепой компенсации нелинейных искажений: инверсия высокого порядка [2], метод фиксированной точки [3], метод корней уравнения Вольтерры [4], итерационно-операторный метод [5], [6].

На практике итерационно-операторный метод применяется для компенсации нелинейных искажений сигналов в нерекурсивных моделях искажающих систем, в частности для борьбы с нелинейными искажениями в спутниковом канале связи (СКС). Основной причиной появления нелинейных искажений в СКС является работа усилителей мощности. Безынерционные нелинейности характерны для любого усилителя, но особую важность они приобретают для усилителей мощности наземных станций и ретрансляторов спутниковой связи. В наземных станциях и спутниковых ретрансляторах обычно применяются усилители мощности на лампе бегущей волны, которые обладают ограниченной пиковой мощностью и становятся нелинейными при достижении насыщения. Безынерционные нелинейности усилителей мощности существенно влияют на сигналы при использовании многостанционного доступа с частотным разделением и вызывают подавление сигналов, комбинационные и интермодуляционные искажения, расширение спектра комбинационных искажений. Одновременная ретрансляция сигналов нескольких земных станций (каждая из которых работает на своей частоте и со своим уровнем мощности) требует наличия в трактах с преобразованием частоты спутникового ретранслятора полосовых фильтров. Усилители мощности с безынерционной нелинейностью и входящие в состав полосовых фильтров устройства задержки делают модель СКС нелинейной моделью с памятью [1], [7], [8].

**Итерационно-операторный метод нелинейной компенсации.** Рассмотрим итерационно-операторный метод, включающий синтез нелинейного операторного уравнения компенсатора и итерационную процедуру решения полученного уравнения; укажем способы понижения вычислительных затрат при использовании данного метода.

Пусть исходное устройство описано нелинейным нерекурсивным уравнением

$$y(n) = A(q)[x(n)] + N[x(n)],$$
(1)

где y(n), x(n) – выходной и входной сигналы устройства соответственно; n – нормированное дискретное время, A(q), N[x(n)] – линейный и нелинейный операторы соответственно (q – оператор смещения).

В уравнении (1) линейный оператор имеет вид  $A(q) = \sum_{i=0}^{I_a - 1} a_i q^{-i}$  ( $I_a$  – количество

членов ряда, описывающего оператор), а нелинейный полиномиальный оператор –

$$N[x(n)] = \sum_{m=2}^{L} \sum_{i_1=0}^{I_1} \sum_{i_2=i_1}^{I_2} \dots \sum_{i_m=i_{m-1}}^{I_m} h_{i_1 i_2 \dots i_m} x(n-i_1) x(n-i_2) \dots x(n-i_m),$$

где L – степень многомерного полинома;  $I_1, I_2, ..., I_m$  – константы, определяющие размерность полинома по соответствующим координатам; m – порядок ядра Вольтерры;  $h_{i_1i_2...i_m}$  – ядро Вольтерры (многомерная импульсная характеристика нелинейной дискретной системы).

Задача синтеза компенсатора состоит в построении его нелинейного оператора, действующего на операторное уравнение (1) таким образом, чтобы оператор результирующего устройства (каскадного соединения нелинейного устройства и компенсатора) был линейным. В частном рассматриваемом случае задача компенсатора – восстановить сигнал x(n) из операторного уравнения (1) с заданной точностью.

Обозначим через u(n) входной, а через w(n) – выходной сигналы компенсирующей цепи. Тогда на основании (1) запишем следующее нелинейное операторное уравнение исходного устройства: u(n) = A(q)[w(n)] + N[w(n)]. Перенеся слагаемые из правой части в левую, выполнив инверсию полученного выражения и прибавив к его обеим частям сигнал w(n), перепишем это уравнение в виде

$$w(n) = w(n) + A^{-1}(q) \Big[ u(n) - \Big\{ A(q) [w(n)] + N[w(n)] \Big\} \Big].$$
<sup>(2)</sup>

Для перехода к конечному разностному уравнению, применимому на практике, опишем приближенно инверсный оператор  $A^{-1}(q)$ :

$$A^{-1}(q) \cong \sum_{i=0}^{I_{\rm H}-1} a_{{\rm IH}_i} q^{-i} = \ln(q), \qquad (3)$$

33

где  $I_{\rm H}$  – количество отсчетов инверсной импульсной характеристики нерекурсивной подсистемы;  $a_{\rm и H_i}$ ,  $i = 0, 1, ..., I_{\rm H} - 1$  – отсчеты инверсной импульсной характеристики;  $\ln(q)$ – оператор линейной инверсной нерекурсивной подсистемы.

Решение нелинейного операторного уравнения (2) может быть получено методом последовательных приближений [9], который с учетом аппроксимации (3) дает итерационную процедуру:

$$\tilde{w}_{k}(n) = \tilde{w}_{k-1}(n) + In(q) \Big[ u(n) - \{A(q) \big[ \tilde{w}_{k-1}(n) \big] + N \big[ \tilde{w}_{k-1}(n) \big] \} \Big], \ k \ge 2;$$
(4)

$$\tilde{w}_1(n) = \ln(q)[u(n)], \tag{5}$$

где  $\tilde{w}_k(n)$  – приближенная оценка выходного сигнала компенсатора w(n), полученная на k-й итерации.

Приближенное решение нелинейного операторного уравнения (2) за счет усечения бесконечного ряда представления инверсного оператора  $A^{-1}(q)$  первыми  $I_{\rm H}$  членами (3) приводит к погрешности компенсации, которая состоит в замене выходного сигнала компенсатора w(n) на его приближенную оценку  $\tilde{w}(n)$ .

Представим выражение (4) в форме

$$\tilde{w}_k(n) = \ln(q) \left[ u(n) - N \left[ \tilde{w}_{k-1}(n) \right] \right] + \Delta_{k-1}(n),$$
(6)

где

$$\Delta_{k-1}(n) = \tilde{w}_{k-1}(n) - \ln(q) \Big[ A(q) \Big[ \tilde{w}_{k-1}(n) \Big] \Big].$$

$$\tag{7}$$

Первое слагаемое в правой части (6) есть результат компенсации нелинейности исходного устройства, второе – погрешность линейной инверсии линейной составляющей модели исходного устройства, обусловленная приближенным описанием инверсного оператора  $A^{-1}(q)$  в выражении (3).

В силу того, что уравнение (6) включает составляющую (7) – результат линейной инверсии порядка, большего чем  $(I_{\rm H} - 1)$ , линейной составляющей модели исходного устройства, влияние погрешности аппроксимации инверсного оператора  $A^{-1}(q)$  на общую погрешность нелинейной компенсации отсутствует. Следовательно, при нахождении решения нелинейного операторного уравнения (2) можно уменьшить число элементов памяти  $(I_{\rm H} - 1)$  внутренней линейной инверсной подсистемы компенсатора, тем самым сократив вычислительную сложность процедуры компенсации.

Итерационно-операторная процедура компенсации сходится к решению нелинейного операторного уравнения (2) при действии принципа сжатых отображений [9]. Из данного принципа с учетом (2) получено условие сходимости [6]:

$$1 - \left\| \ln\left(q\right) \right\| \left\{ \left\| A(q) \right\| + \sum_{m=2}^{L} m \left[ \sum_{i_1=0}^{I_1} \sum_{i_2=i_1}^{I_2} \dots \sum_{i_m=i_{m-1}}^{I_m} \left| h_m\left(i_1, i_2, \dots, i_m\right) \right| \right] \right\} \right\| < 1,$$
(8)

где  $||A(q)|| = \max_{i \in [0, I_a - 1]} |a_i|; ||In(q)|| = \max_{i \in [0, I_H - 1]} |a_{uH_i}|.$ 

Как правило, в уравнении (2) вклад нелинейных составляющих с увеличением их степени понижается. Этот факт используется для упрощения итерационно-операторной процедуры. Упрощение состоит в следующем: на k-й итерации вычисляются слагаемые степени не выше k, затем результат укороченной k -й итерации используется на (k+1)-й итерации, где сохраняются слагаемые степени не выше k+1, и т. д. Использование укороченной итерационно-операторной процедуры ведет к сокращению времени обработки сигналов без понижения точности компенсации [10]. В то же время следует ожидать, что полная и укороченная итерационные процедуры дадут решение нелинейного операторного уравнения (2) при выполнении одинакового количества итераций, поскольку на практике степень нелинейности синтезируемого компенсатора невелика и в силу этого в укороченной итерационной процедуре нелинейные слагаемые добавляются лишь на начальных итерациях. Рассмотрим применение итерационно-операторного метода для подавления нелинейных искажений сигналов в СКС.

**Модель СКС, классы действующих сигналов, сравниваемые методы компенса ции.** Низкочастотная нелинейная модель СКС имеет вид усеченного ряда Вольтерры [7]:

$$\dot{u}(n) = \sum_{i=0}^{I_a - 1} \dot{a}_i \dot{w}(n-i) + \sum_{r=2}^{L} \sum_{i_1 = 0}^{I_1} \sum_{i_2 = 0}^{I_2} \dots \sum_{i_r = 0}^{I_r} \sum_{i_{r+1} = 0}^{I_{r+1}} \dots \sum_{i_{2r-1} = 0}^{I_{2r-1}} \dot{h}_{i_1, i_2, \dots, i_r, i_{r+1}, \dots, i_{2r-1}} \times \\ \times \dot{w}(n-i_1) \dot{w}(n-i_2) \dots \dot{w}(n-i_r) \dot{w}^*(n-i_{r+1}) \dots \dot{w}^*(n-i_{2r-1}),$$
(9)

где точка над переменной обозначает комплексность; "\* " – комплексное сопряжение.

Параметры нелинейной модели (9) [7]:

- линейной составляющей *a*<sub>0</sub> = 1.22 + *j*0.646; *a*<sub>1</sub> = 0.063 *j*0.001; *a*<sub>2</sub> = -0.024 *j*0.014;
   *a*<sub>3</sub> = 0.036 + *j*0.031;
- нелинейной составляющей третьей степени  $\dot{h}_{0.0,2} = 0.039 j0.022$ ;  $\dot{h}_{3.3,0} = 0.018 j0.022$ ;

-j0.018;  $\dot{h}_{0,0,1} = 0.035 - j0.035$ ;  $\dot{h}_{0,0,3} = -0.040 - j0.009$ ;  $\dot{h}_{1,1,0} = -0.01 - j0.017$ ;

• нелинейной составляющей третьей степени –  $\dot{h}_{0,0,0,1,1} = 0.039 - j0.022$ .

Уравнение (9) отражает нелинейные эффекты, возникающие из-за работы усилителей мощности ретрансляторов и наземных станций в режиме, близком к насыщению [8]. Для компенсации нелинейных искажений сигналов в СКС синтезированы посткомпенсаторы согласно схеме, изображенной на рис. 1, на основе:

• итерационно-операторного метода, описанного ранее выражениями (5), (6), (7), итерационная процедура которого с учетом комплексности сигналов имеет вид

$$\dot{\tilde{w}}_{k}(n) = \operatorname{In}(q) \Big[ \dot{u}(n) - N \Big[ \dot{\tilde{w}}_{k-1}(n) \Big] \Big] + \dot{\Delta}_{k-1}(n), \ k \ge 2;$$

$$\dot{\tilde{w}}_{1}(n) = \operatorname{In}(q) \big[ \dot{u}(n) \big], \ k = 1;$$
(10)

• метода фиксированной точки [3]:

$$\dot{\tilde{w}}_k(n) = \ln(q) \Big[ \dot{u}(n) - N \Big[ \dot{\tilde{w}}_{k-1}(n) \Big] \Big], \ k \ge 2; \ \dot{\tilde{w}}_1(n) = \ln(q) \Big[ \dot{u}(n) \Big], \ k = 1;$$



- инверсии порядка *p* >1 [2], совпадающей с методом фиксированной точки при *k* = 2;
- линейной инверсии, реализуемой по выражению (10).

Компенсация выполнена на классах фазомодулированных сигналов (PSK-сигналов) и сигналов с квадратурной амплитудной модуляцией (QAM-сигналов). В процессе исследований рассмотрены сигналы 8PSK и 16PSK, а также 4QAM и 16QAM.

Для каждого метода компенсации определены погрешности восстановления сигналов в равномерной метрике:  $\delta_k = \max_{n \in [7;R]} \delta_{abs,k}(n)$  и в среднеквадратической метрике:

 $\varepsilon_k = \frac{1}{R-7} \sqrt{\sum_{n=7}^R \delta_{abs,k}^2(n)}$ , где  $R = 20\ 000$  – количество отсчетов входного сигнала  $\dot{w}(n)$  в СКС;  $\delta_{abs,k}(n) = |\dot{w}(n) - \dot{\tilde{w}}_k(n)|$ ;  $k \ge 1^1$ .

**Результаты компенсации при фазомодулированных воздействиях в СКС.** В табл. 1 представлены погрешности компенсации нелинейности СКС, полученные методами слепой линеаризации при различной длине памяти внутренней линейной инверсной подсистемы компенсатора  $(I_{\rm H} - 1)$  (3) и при РSK-воздействии в СКС. Погрешности метода фиксирован-

ной точки и итерационно-операторного метода указаны на 35-й итерации расчета (*K* = 35), начиная с которой эти погрешности изменялись незначительно.

						Таолица Т	
Тип	Порядок (1 – 1)	Погреш-	Тип компенсации				
гип сигнала			Линейная	Инверсия	Метод	Итерационно-	
	$(^{T}_{H} ^{I})$	HOUTE	инверсия	высокого порядка	фиксированной точки	операторный метод	
8PSK	1	$\delta_K$	$1.82 \cdot 10^{-1}$	$1.07 \cdot 10^{-1}$	$8.62 \cdot 10^{-2}$	$6.96 \cdot 10^{-16}$	
		ε <sub>K</sub>	$5.72 \cdot 10^{-4}$	$3.15 \cdot 10^{-4}$	$2.97 \cdot 10^{-4}$	$1.06 \cdot 10^{-18}$	
	2	$\delta_K$	$1.52 \cdot 10^{-1}$	$5.86 \cdot 10^{-2}$	$8.64 \cdot 10^{-3}$	$6.00 \cdot 10^{-16}$	
	3	$\epsilon_K$	$4.94 \cdot 10^{-4}$	$1.11 \cdot 10^{-4}$	$2.93 \cdot 10^{-5}$	$1.06 \cdot 10^{-18}$	
	7	$\delta_K$	$1.51 \cdot 10^{-1}$	$5.57 \cdot 10^{-2}$	$2.05 \cdot 10^{-4}$	$5.90 \cdot 10^{-16}$	
	/	ε <sub>K</sub>	$4.93 \cdot 10^{-4}$	$1.07 \cdot 10^{-4}$	$7.22 \cdot 10^{-7}$	$1.06 \cdot 10^{-18}$	
	11	$\delta_K$	$1.51 \cdot 10^{-1}$	$5.57 \cdot 10^{-2}$	$4.20 \cdot 10^{-6}$	$6.50 \cdot 10^{-16}$	
		$\epsilon_K$	$4.93 \cdot 10^{-4}$	$1.07 \cdot 10^{-4}$	$1.61 \cdot 10^{-8}$	$1.06 \cdot 10^{-18}$	
16PSK	1	$\delta_K$	$1.89 \cdot 10^{-1}$	$1.11 \cdot 10^{-1}$	$8.75 \cdot 10^{-2}$	$8.35 \cdot 10^{-16}$	
		ε <sub>K</sub>	$5.71 \cdot 10^{-4}$	$3.15 \cdot 10^{-4}$	$2.97 \cdot 10^{-4}$	$1.21 \cdot 10^{-18}$	
	3 -	$\delta_K$	$1.54 \cdot 10^{-1}$	$5.93 \cdot 10^{-2}$	$8.94 \cdot 10^{-3}$	$7.45 \cdot 10^{-16}$	
		$\epsilon_K$	$4.92 \cdot 10^{-4}$	$1.10 \cdot 10^{-4}$	$2.94 \cdot 10^{-5}$	$1.21 \cdot 10^{-18}$	
	7	$\delta_K$	$1.50 \cdot 10^{-1}$	$5.78 \cdot 10^{-2}$	$2.07 \cdot 10^{-4}$	$7.86 \cdot 10^{-16}$	
		ε <sub>K</sub>	$4.91 \cdot 10^{-4}$	$1.06 \cdot 10^{-4}$	$7.22 \cdot 10^{-7}$	$1.21 \cdot 10^{-18}$	
	11	$\delta_K$	$1.50 \cdot 10^{-1}$	$5.78 \cdot 10^{-2}$	$4.04 \cdot 10^{-6}$	8.69.10 <sup>-16</sup>	
	11	$\epsilon_K$	$4.91 \cdot 10^{-4}$	$1.06 \cdot 10^{-4}$	$1.61 \cdot 10^{-8}$	$1.21 \cdot 10^{-18}$	

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Начальное значение параметра суммирования n = 7 определяется моментом окончания переходного процесса в цифровом компенсаторе.
Результаты компенсации для входного сигнала типа 8PSK  $[(I_H - 1) = 7]$  показаны на рис. 2. На рис. 2, *а* изображен выходной сигнал  $\dot{u}(n)$  модели (9) СКС, на рис. 2, *б–г* показаны сигналы, восстановленные линейной инверсией, инверсией высокого порядка и итерационно-операторным методом соответственно. Сигнал, восстановленный методом фиксированной точки, совпадает с изображенным на рис. 2, *г*.

Анализ табл. 1 и рис. 2 показывает:

- что на классе PSK-сигналов итерационно-операторный метод обеспечивает более высокую точность компенсации в равномерной и в среднеквадратической метриках по сравнению с его аналогами;
- что погрешность восстановления PSK-сигналов итерационно-операторной процедурой не зависит от порядка линейной инверсной подсистемы компенсатора (*I*<sub>H</sub> 1). Другие



Puc. 2

рассмотренные методы компенсации данным свойством не обладают. Указанное свойство может быть использовано в итерационно-операторной процедуре для сокращения ее вычислительных затрат без понижения точности компенсации.

Следует отметить, что данные табл. 1 получены при выполнении условий сходимости применяемых итерационных процедур (выражение (8), [6]).

Как видно из табл. 1, начиная с  $(I_{\rm H} - 1) = 7$  равномерная и среднеквадратическая погрешности линейной инверсии и инверсии высокого порядка не меняются. Поэтому в дальнейших исследованиях при PSK-модулированных сигналах для сравнения различных методов компенсации использована подсистема порядка  $(I_{\rm H} - 1) = 7$  (выражение (3)).

Компенсация нелинейных искажений сигналов выполнена при действии в СКС гауссовской помехи. В этом случае нелинейная модель СКС имеет вид  $\dot{u}(n) = A(q)[\dot{w}(n)] + N[\dot{w}(n)] + \dot{\xi}(n)$ , где  $\dot{\xi}(n)$  – помеха, представляющая собой комплексный гауссовский

процесс со среднеквадратическим отклонением  $\sigma = \sqrt{\frac{1}{R-7} \sum_{n=7}^{R} \left| \dot{\xi}(n) \right|^2}$ ,  $R = 20\ 000$ , и от-

ношением "сигнал/шум"

SNR = 
$$\sqrt{\sum_{n=7}^{R} |A(q)[\dot{w}(n)] + N[\dot{w}(n)]|^2} / \sqrt{\sum_{n=7}^{R} |\dot{\xi}(n)|^2}$$

В табл. 2 представлены равномерная и среднеквадратическая погрешности компенсации при воздействии на СКС с шумом сигнала типа 8PSK. В табл. 3 приведены аналогичные данные для сигнала 16PSK. В табл. 2 и 3 указаны значения *К* – номера последней итерации расчета.

Из анализа табл. 2 и 3 следует:

- что итерационно-операторный метод и метод фиксированной точки дают одинаковые погрешности компенсации в равномерной и в среднеквадратической метриках;
- при SNR < 25 дБ инверсный и итерационные методы нелинейной компенсации обеспечивают одинаковые погрешности в равномерной и среднеквадратической метриках;
- при SNR ≥ 25 дБ погрешности итерационных методов компенсации меньше, чем погрешности инверсных методов, причем с увеличением SNR равномерная и среднеквадратическая погрешности итерационной компенсации уменьшаются существенно быстрее, чем погрешности инверсных методов;
- линейная инверсия характеризуется самой низкой точностью компенсации.

В результате исследований установлено, что методы нелинейной компенсации обеспечивают одинаковые зависимости вероятности битовой ошибки (BER) от SNR.

**Результаты компенсации при QAM- входных сигналах.** В случае QAM-входных сигналов в СКС, как и при сигналах PSK, начиная с  $(I_{\rm H} - 1) = 7$ , точность компенсации, полученная линейной инверсией и инверсией высокого порядка, не изменялась с ростом объема памяти линейной инверсной подсистемы компенсатора. Поэтому исследования для QAM-сигналов выполнены при  $(I_{\rm H} - 1) = 7$ .

		Тип компенсации					
SNR,	Линейная инверсия		Инверсия высокого порядка		Итерационно-операторный метод, метод фиксированной точки		
дБ	Погреш- ность	Значение	Погреш- ность	Значение	Погреш- ность	Значение	K
15	$\delta_K$	$6.09 \cdot 10^{-1}$	$\delta_K$	$6.21 \cdot 10^{-1}$	$\delta_K$	$6.21 \cdot 10^{-1}$	2
15	ε <sub>K</sub>	$1.36 \cdot 10^{-3}$	ε <sub>K</sub>	$1.30 \cdot 10^{-3}$	ε <sub>K</sub>	$1.30 \cdot 10^{-3}$	2
25	$\delta_K$	$2.77 \cdot 10^{-1}$	$\delta_K$	$2.09 \cdot 10^{-1}$	$\delta_K$	$1.93 \cdot 10^{-1}$	1
	ε <sub>K</sub>	$6.36 \cdot 10^{-4}$	ε <sub>K</sub>	$4.23 \cdot 10^{-4}$	ε <sub>K</sub>	$4.07 \cdot 10^{-4}$	4
35	$\delta_K$	$1.84 \cdot 10^{-1}$	$\delta_K$	$8.12 \cdot 10^{-2}$	$\delta_K$	$6.38 \cdot 10^{-2}$	Δ
55	ε <sub>K</sub>	$5.10 \cdot 10^{-4}$	ε <sub>K</sub>	$1.68 \cdot 10^{-4}$	ε <sub>K</sub>	$1.30 \cdot 10^{-4}$	4
15	$\delta_K$	$1.56 \cdot 10^{-1}$	$\delta_K$	$5.99 \cdot 10^{-2}$	$\delta_K$	$1.96 \cdot 10^{-2}$	6
43	ε <sub>K</sub>	$4.96 \cdot 10^{-4}$	ε <sub>K</sub>	$1.15 \cdot 10^{-4}$	ε <sub>K</sub>	$4.08 \cdot 10^{-5}$	0
55	$\delta_K$	$1.51 \cdot 10^{-1}$	$\delta_K$	$5.71 \cdot 10^{-2}$	δ <sub>K</sub>	$5.94 \cdot 10^{-3}$	6
	εκ	$4.94 \cdot 10^{-4}$	εκ	$1.08 \cdot 10^{-4}$	$\epsilon_K$	$1.29 \cdot 10^{-5}$	0

Таблица 2

	Тип компенсации						
SNR,	Линейная инверсия		Инверсия высокого порядка		Итерационно-операторный метод, метод фиксированной точки		
дБ	Погреш- ность	Значение	Погреш- ность	Значение	Погреш- ность	Значение	K
15	$\delta_K$	$6.67 \cdot 10^{-1}$	$\delta_K$	$6.59 \cdot 10^{-1}$	$\delta_K$	$6.59 \cdot 10^{-1}$	2
15	ε <sub>K</sub>	$1.36 \cdot 10^{-3}$	ε <sub>K</sub>	$1.29 \cdot 10^{-3}$	ε <sub>K</sub>	$1.29 \cdot 10^{-3}$	2
25	$\delta_K$	$2.54 \cdot 10^{-1}$	$\delta_K$	$2.39 \cdot 10^{-1}$	$\delta_K$	$2.35 \cdot 10^{-1}$	4
	ε <sub>K</sub>	$6.32 \cdot 10^{-4}$	ε <sub>K</sub>	$4.19 \cdot 10^{-4}$	ε <sub>K</sub>	$4.05 \cdot 10^{-4}$	-
35	$\delta_K$	$1.79 \cdot 10^{-1}$	$\delta_K$	$8.75 \cdot 10^{-2}$	$\delta_K$	$5.84 \cdot 10^{-2}$	4
55	ε <sub>K</sub>	$5.06 \cdot 10^{-4}$	$\epsilon_K$	$1.67 \cdot 10^{-4}$	ε <sub>K</sub>	$1.29 \cdot 10^{-4}$	, T
15	$\delta_K$	$1.55 \cdot 10^{-1}$	$\delta_K$	$6.05 \cdot 10^{-2}$	$\delta_K$	$1.92 \cdot 10^{-2}$	6
	ε <sub>K</sub>	$4.91 \cdot 10^{-4}$	ε <sub>K</sub>	$1.13 \cdot 10^{-4}$	ε <sub>K</sub>	$4.03 \cdot 10^{-5}$	0
55	$\delta_K$	$1.51 \cdot 10^{-1}$	$\delta_K$	$5.83 \cdot 10^{-2}$	$\delta_K$	$6.48 \cdot 10^{-3}$	6
	ε <sub>K</sub>	$4.90 \cdot 10^{-4}$	ε <sub>K</sub>	$1.06 \cdot 10^{-4}$	$\epsilon_K$	$1.28 \cdot 10^{-5}$	0

Равномерная и среднеквадратическая погрешности компенсации приведены в табл. 4 (для итерационных методов – при *K* = 35).

На рис. 3, *а* изображен выходной 16QAM-сигнал  $\dot{u}(n)$  модели (9) СКС, на рис. 3,  $\delta$ -*г* показаны сигналы, восстановленные линейной инверсией, инверсией высокого порядка и итерационно-операторным методом соответственно. Сигнал, полученный методом фиксированной точки, совпадает с изображенным на рис. 3, *г*.

Из табл. 4 и рис. 3 видно, что итерационно-операторный метод обеспечивает меньшие равномерную и среднеквадратическую погрешности по сравнению с другими рассмотренными методами.

Компенсация выполнена при действии в СКС гауссовской помехи. Результаты приведены в табл. 5 и 6. В табл. 5 представлены равномерная и среднеквадратическая погрешно-

Тип	Погреш-		Тип компенсации				
ТИП	ности	Линейная	Инверсия	Метод	Итерационно-операторный		
Сигнала	ность	инверсия	высокого порядка	фиксированной точки	метод		
40AM	$\delta_K$	$1.43 \cdot 10^{-1}$	$4.45 \cdot 10^{-2}$	$2.02 \cdot 10^{-4}$	$4.00 \cdot 10^{-16}$		
4QAM	ε <sub>K</sub>	$4.89 \cdot 10^{-4}$	$1.03 \cdot 10^{-4}$	$7.23 \cdot 10^{-7}$	$1.19 \cdot 10^{-18}$		
160AM	$\delta_K$	$1.38 \cdot 10^{-1}$	$4.35 \cdot 10^{-2}$	$1.81 \cdot 10^{-4}$	$4.97 \cdot 10^{-16}$		
TOQAM	ε <sub>K</sub>	$4.89 \cdot 10^{-4}$	$1.03 \cdot 10^{-4}$	$7.23 \cdot 10^{-7}$	$1.19 \cdot 10^{-18}$		

сти компенсации при сигнале 4QAM. Аналогичные данные для случая сигнала 16QAM приведены в табл. 6. В табл. 5 и 6 указаны значения *К* – номера последней итерации расчета. Выводы, которые можно сделать на основании данных, приведенных в табл. 5 и 6, совпадают с выводами для PSK-сигналов (см. табл. 2 и 3).



Таблица 4
-----------

		Тип компенсации					
SNR,	Линейная инверсия		Инверсия высокого порядка		Итерационно-операторный метод, метод фиксированной точки		
дБ	Погреш- ность	Значение	Погреш- ность	Значение	Погреш- ность	Значение	K
15	$\delta_K$	$5.90 \cdot 10^{-1}$	$\delta_K$	$6.59 \cdot 10^{-1}$	$\delta_K$	$6.59 \cdot 10^{-1}$	2
15	ε <sub>K</sub>	$1.36 \cdot 10^{-3}$	ε <sub>K</sub>	$1.30 \cdot 10^{-3}$	ε <sub>K</sub>	$1.30 \cdot 10^{-3}$	2
25	$\delta_K$	$2.74 \cdot 10^{-1}$	$\delta_K$	$2.33 \cdot 10^{-1}$	$\delta_K$	$2.35 \cdot 10^{-1}$	3
23	ε <sub>K</sub>	$6.33 \cdot 10^{-4}$	ε <sub>K</sub>	$4.22 \cdot 10^{-4}$	ε <sub>K</sub>	$4.05 \cdot 10^{-4}$	5
35	$\delta_K$	$1.69 \cdot 10^{-1}$	$\delta_K$	$8.05 \cdot 10^{-2}$	$\delta_K$	$6.22 \cdot 10^{-2}$	5
55	ε <sub>K</sub>	$5.06 \cdot 10^{-4}$	ε <sub>K</sub>	$1.66 \cdot 10^{-4}$	ε <sub>K</sub>	$1.29 \cdot 10^{-4}$	5
45	$\delta_K$	$1.50 \cdot 10^{-1}$	$\delta_K$	$5.42 \cdot 10^{-2}$	$\delta_K$	$2.02 \cdot 10^{-2}$	5
45	ε <sub>K</sub>	$4.91 \cdot 10^{-4}$	ε <sub>K</sub>	$1.11 \cdot 10^{-4}$	ε <sub>K</sub>	$4.06 \cdot 10^{-5}$	5
55	$\delta_K$	$1.44 \cdot 10^{-1}$	$\delta_K$	$4.58 \cdot 10^{-2}$	δ <sub>K</sub>	$6.27 \cdot 10^{-3}$	7
55	$\epsilon_K$	$4.89 \cdot 10^{-4}$	εκ	$1.04 \cdot 10^{-4}$	εκ	$1.29 \cdot 10^{-5}$	/

Таблица 5

Таблица	6
---------	---

SNR,	Линейная инверсия		Инверсия высокого порядка		Итерационно-операторный метод, метод фиксированной точки		
дБ	Погреш- ность	Значение	Погреш- ность	Значение	Погреш- ность	Значение	K
15	$\delta_K$	$3.98 \cdot 10^{-1}$	$\delta_K$	$4.05 \cdot 10^{-1}$	$\delta_K$	$4.03 \cdot 10^{-1}$	3
15	ε <sub>K</sub>	$9.63 \cdot 10^{-4}$	ε <sub>K</sub>	$9.43 \cdot 10^{-4}$	ε <sub>K</sub>	$9.42 \cdot 10^{-4}$	5
25	$\delta_K$	$1.82 \cdot 10^{-1}$	$\delta_K$	$1.52 \cdot 10^{-1}$	$\delta_K$	$1.45 \cdot 10^{-1}$	3
	ε <sub>K</sub>	$3.71 \cdot 10^{-4}$	ε <sub>K</sub>	$3.00 \cdot 10^{-4}$	ε <sub>K</sub>	$2.99 \cdot 10^{-4}$	5
35	$\delta_K$	$1.48 \cdot 10^{-1}$	$\delta_K$	$6.01 \cdot 10^{-2}$	$\delta_K$	$4.74 \cdot 10^{-2}$	4
55	ε <sub>K</sub>	$2.41 \cdot 10^{-4}$	ε <sub>K</sub>	$1.00 \cdot 10^{-4}$	$\epsilon_K$	$9.48 \cdot 10^{-5}$	т
15	$\delta_K$	$1.41 \cdot 10^{-1}$	$\delta_K$	$4.43 \cdot 10^{-2}$	$\delta_K$	$1.34 \cdot 10^{-2}$	1
7.7	ε <sub>K</sub>	$2.25 \cdot 10^{-4}$	ε <sub>K</sub>	$4.36 \cdot 10^{-5}$	ε <sub>K</sub>	$2.98 \cdot 10^{-5}$	т
55	$\delta_K$	$1.38 \cdot 10^{-1}$	$\delta_K$	$4.43 \cdot 10^{-2}$	$\delta_K$	$4.67 \cdot 10^{-3}$	6
	$\epsilon_K$	$2.23 \cdot 10^{-4}$	ε <sub>K</sub>	$3.30 \cdot 10^{-5}$	ε <sub>K</sub>	$9.43 \cdot 10^{-6}$	0

Исследования показали, что рассмотренные методы нелинейной компенсации дают одинаковые зависимости BER от SNR.

В настоящей статье итерационно-операторный метод применен для компенсации нелинейных искажений сигналов в нерекурсивной модели СКС. Согласно данному методу на основе операторного уравнения СКС синтезировано нелинейное операторное уравнение компенсатора, решение которого находится итерационной процедурой.

Особенность итерационно-операторного метода состоит в том, что точность решения нелинейного операторного уравнения компенсатора не зависит от величины памяти его линейной инверсной подсистемы. Уменьшая порядок линейной инверсной подсистемы, можно сократить вычислительные затраты на выполнение каждой итерации. Кроме того, для уменьшения времени обработки сигналов возможно усечение итерационной процедуры (на *k*-й итерации расчета модель компенсатора ограничивается *k*-й степенью). Усечение итерационной процедуры не снижает точности решения операторного уравнения компенсатора. Эффективность укороченной итерационной процедуры возрастает с увеличением степени нелинейности компенсатора.

При обработке сигналов с разными видами модуляции (PSK и QAM) показано:

- что итерационно-операторный метод обеспечивает меньшие равномерную и среднеквадратическую погрешности компенсации нелинейных искажений сигналов в СКС по сравнению с линейной инверсией, инверсией высокого порядка и методом фиксированной точки;
- в случае действия в СКС гауссовского шума при SNR < 25 дБ рассмотренные методы нелинейной компенсации дают одинаковые погрешности в равномерной и в среднеквадратической метриках; при SNR ≥ 25 дБ итерационно-операторный метод и метод фиксированной точки обеспечивают одинаковые погрешности компенсации, меньшие по сравнению с другими методами. С ростом SNR равномерная и среднеквадратическая погрешности итерационной компенсации уменьшаются существенно быстрее, чем погрешности инверсных методов.

### Список литературы

1. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение / пер. с англ. М.: Изд. дом "Вильямс", 2004. 1104 с.

2. On the convergence of Volterra filter equalizers using a  $p^{th}$ -order inverse approach / Y.- W. Fang, L.-C. Jiao, X.-D. Zhang, J. Pan // IEEE trans. on sign. proc. 2001. Vol. SP-49, No 8. P. 1734–1744.

3. Nowak R. D., Van Veen B. D. Volterra filter equalization: a fixed point approach // IEEE trans. on sign. proc. 1997. Vol. SP-45, № 2. P. 377–388.

4. Redfern A. L., Zhou G. T. A root method for Volterra systems equalization // IEEE sign. proc. lett. 1998. Vol. 5, № 11. P. 285–288.

5. Соловьева Е. Б. Синтез нелинейных эквалайзеров методом простых итераций // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 2004. Т. 47, № 11. С. 61–70.

6. Соловьева Е. Б. Итерационный метод компенсации нелинейных искажений в каналах связи // Цифровая обработка сигналов. 2005. № 1. С. 2–8.

7. Park D.-C., Jung Jeong T.-K. Complex-bilinear recurrent neural network for equalization of a digital satellite channel // IEEE trans. on neural netw. 2002. Vol. NN-13, № 3. P. 711–725.

8. Спилкер Дж. Цифровая спутниковая связь / пер. с англ. под ред. В. В. Маркова. М.: Связь, 1979. 592 с.

9. Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М. Численные методы. М.: БИНОМ, 2003. 632 с. (Лаборатория знаний.)

10. Соловьева Е. Б. Укороченный итерационный метод нелинейной компенсации // Электронное моделирование. 2005. Т. 27, № 4. С. 75–85.

E. B. Solovyeva, S. A. Degtyarev

Saint-Petersburg state electrotechincal university "LETI"

## Suppression of nonlinear signal distortions in the satellite communication channel on the basis of the iterative operator method

The iterative operator method is applied for nonlinear distortions of non-recursive model of the satellite communication channel cancelling. Convergence condition for the iterative compensation procedure is given; the methods of reducing its computational cost are described. The results of compensation for the satellite communication channel with AWGN are presented. Received results are compared with the results of fixed point, linear inverse and p<sup>th</sup>-order inverse approaches.

Nonlinear compensation, iterative operator method, nonlinear distortion, blind equalization, satellite communication channel

Статья поступила в редакцию 30 июня 2009 г.

УДК 621.396.62

### В. М. Кутузов, К. А. Мазуров

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет "ЛЭТИ"

Многосегментный авторегрессионный алгоритм обработки сложномодулированных сигналов. Характеристики обнаружения скоростных целей

Рассмотрены возможность и эффективность применения многосегментного авторегрессионного алгоритма спектральной обработки сложномодулированных сигналов для обнаружения скоростных целей, лежащих за пределами зоны однозначных измерений. Получены характеристики обнаружения при использовании в качестве зондирующего сигнала амплитудно-фазоманипулированной регулярной импульсной последовательности с внутриимпульсной противофазной бинарной манипуляцией по закону, заданному М-последовательностью.

Зона однозначных измерений, модельно-параметрические методы спектрального оценивания, характеристики обнаружения, многосегментный авторегрессионный алгоритм Берга

В настоящее время в когерентной радиолокации находят широкое применение сложномодулированные квазинепрерывные сигналы малой скважности, обладающие высокими энергоемкостью, скрытностью, помехоустойчивостью и хорошей электромагнитной совместимостью [1]. Рабочая зона по задержке (дальности) и доплеровскому сдвигу частоты (радиальной скорости) таких сигналов часто ограничена недопустимо высоким уровнем боковых лепестков (БЛ) функции неопределенности (ФН).

В настоящей статье рассмотрена возможность применения многосегментного авторегрессионного (AP) алгоритма обработки зондирующих сигналов [2], позволяющего преодолеть эти ограничения при сохранении полезных свойств как самих сложномодулированных сигналов, так и AP-алгоритмов, обладающих высоким разрешением. С этой целью проанализированы статистические показатели качества работы AP-алгоритма – характеристики обнаружения (XO), характеристики точности (XT) и характеристики помехоустойчивости (XII) на примере амплитудно-фазоманипулированного сигнала s(t) в виде регулярной импульсной последовательности (PИII) C(t) с внутриимпульсной противофазной бинарной манипуляцией по закону z(t):  $s(t) = \text{Re}(C(t)\exp\{j\varphi[z(t)]\}\exp\{j2\pi ft\})$ , где  $\varphi[z(t)]$  – закон изменения фазы сигнала; f – несущая частота.

РИП низкой скважности Q = 8 обеспечивает высокую энергоемкость сигнала и развязку приемника и передатчика при работе РЛС на одну антенну. В качестве кодовой фазоманипулирующей последовательности z(t) используется широко распространенная псевдослучайная последовательность максимальной длины (М-ПСП) длиной 1023 символа. Схематически тестовый сигнал длительностью  $T_a = 8192$  мс, использовавшийся при статистическом моделировании и сравнительном анализе перечисленных ранее статистических характеристик, изображен на рис. 1, где  $m_i$ , i = 1, ..., 1023 – чипы ПСП длительностью  $\tau = 1$  мкс каждый;  $\tau_{PИП} = 128$  мкс – длительность импульса РИП;  $T_{PИП} = 1024$  мкс – период РИП.



Отраженный сигнал  $s(t, \tau, f_{\Pi})$  имеет неизвестные и подлежащие оценке задержку  $\tau$  и доплеровский сдвиг частоты  $f_{\Pi}$ , а также случайную равномерно распределенную началь-





ФН сигнала  $\Psi(\tau, f_{\Pi})$  в рабочей области приведена на рис. 2. Уровень БЛ не превышает – 13 дБ для задержек  $\tau < T_{PИ\Pi}$ ; зона однозначных измерений доплеровской частоты ограничена величиной  $1/T_{PИ\Pi}$ .

Структурная схема традиционной корреляционной обработки сигнала, с которой производится сравнение исследуемого АР-алгоритма, представлена на рис. 3. Она содержит два квадратурных канала с после-

дующим комплексным преобразованием Фурье (ПФ). Для сокращения вычислительных затрат используется корреляционная обработка с предварительным суммированием N = 128 результатов перемножения. После ПФ данные сравниваются с порогом и выносится решение о наличии или об отсутствии цели в данном элементе разрешения по азимуту.

Зависимость отклика корреляционного алгоритма  $\chi(\tau, f_{\rm II})$  от задержки и доплеровской частоты при воздействии нормального шума представлена на рис. 4 (неподвижная цель наблюдается в первом дальностном канале). Отношение "сигнал/шум" (ОСШ) на входе  $q_{\rm BX} = 1$ . Как видно из графика, уровень БЛ ограничен значением – 20 дБ.



Puc. 3

Корреляционный алгоритм обработки сигнала не обладает высокой разрешающей способностью, необходимой для некоторых классов задач (например, для различения близкорасположенных целей). Для повышения разрешающей способности и помехоустойчивости РЛС на практике часто используются модельно-параметрические алгоритмы.

В настоящей статье представлены результаты исследования АР-алгоритма Берга Ψ, μb- 20 - 40 - 60 - 60 - 80 - 35 70 105 732 488 244 0 τ, мкс  $f_{Д}$ , ΓιμPuc 4

[3]. АР-Оценка спектральной плотности мощности (СПМ) сигнала при выполнении доплеровского спектрального анализа имеет вид [2]:

$$F_{\rm AP}(f_{\rm II}) = \frac{P_K}{\left|1 + \sum_{k=1}^{K} a_k \exp(-j2\pi f_{\rm II}k)\right|^2} = \frac{P_K}{\left|\prod_{k=1}^{K} (z - z_k)\right|^2},\tag{1}$$

где  $P_K$  – мощность ошибки предсказания; K – порядок АР-модели;  $a_k$  – коэффициенты отражения решетчатого фильтра ошибки предсказания;  $z_k$  – комплексные полюсы, являющиеся решением характеристического уравнения A(z) = 0, образованного приравниванием нулю полинома-знаменателя оценки СПМ после выполнения *z*-преобразования вида  $z = \exp(j2\pi f)$ :

$$z^{K} + a_{1}z^{K-1} + a_{2}z^{K-2} + \ldots + a_{K-1}z + a_{K} = 0.$$
 (2)

В классической постановке задачи обнаружения одиночного сигнала на фоне нормального "белого" шума для AP-алгоритмов после вычисления полюсов, удовлетворяющих уравнению (2), производятся выбор максимального из них по модулю и вычисление оценки СПМ в точке его аргумента с последующим сравнением оценки с порогом. Структурная схема предлагаемого AP-алгоритма обработки сигнала приведена на рис. 5. Схема в значительной мере повторяет традиционную, однако вместо ПФ для формирования статистик обнаружения и оценивания используется AP-алгоритм Берга, предназначенный для получения оценок спектральной плотности мощности (СПМ).



45

Известия вузов России. Радиоэлектроника. 2009. Вып. 4=



Зависимость отклика на выходе АР-алгоритма Берга  $F_{AP}(\tau, f_{\Pi})$  для АР-модели второго порядка представлена на рис. 6. Параметры моделирования оставлены прежними: неподвижная цель наблюдается в первом дальностном канале, ОСШ на входе  $q_{BX} = 1$ . При этом уровень БЛ не превосходит – 40 дБ, что на 20 дБ лучше, чем при классической корреляционной обработке.

Для обоснования возможности применения AP-алгоритма как самостоятельного метода обнаружения сигналов построены XO одиночного сигнала с фиксированной амплитудой, случайной равномерно распределенной начальной фазой и неизвестной доплеровской частотой. Под XO подразумевается зависимость вероятности правильного обнаружения (ВПО) D от входного ОСШ  $q_{\rm BX}$  при фиксированной вероятности ложной тревоги (ВЛТ)  $F = {\rm const}$ . Рабочие статистики обнаружения для AP-алгоритма обоснованы и описаны в работе [4]. На рис. 7 построены XO для неподвижной цели при  $F = 10^{-3}$ , где кривая I соответствует традиционной обработке, кривая  $2 - {\rm AP}$ -алгоритму Берга второго порядка. В обоих случаях спектральному анализу подвергалась предварительно сжатая выборка размером N = 8 отсчетов.

Из графиков на рис. 7 видно, что AP-алгоритм Берга проигрывает согласованной обработке в области высоких значений ВПО не более 1.5 дБ, что является приемлемым на практике и позволяет считать AP-обнаружитель субоптимальным.

Рабочая зона однозначных измерений доплеровских сдвигов частоты для рассматриваемого сигнала ограничена величиной  $1/T_{\rm PИ\Pi}$ . При обнаружении скоростных целей, радиальная скорость которых приводит к существенному превышению указанной границы, применение предварительного суммирования становится неприемлемым, а наличие БЛ с высоким уровнем на частотных сдвигах, кратных величине  $1/T_{\rm PИ\Pi}$ , делает данный сигнал непригодным для практического использования. При использовании для обнаружения сигналов от скоростных целей модельно-параметрических алгоритмов возможен компромисс, основанный на обработке отраженных сигналов по сегментам. Предполагая неизменность параметров АР-модели  $a_k$  для всего обрабатываемого сигнала, можно минимизировать сумму частных ошибок предсказания в прямом и в обратном направлениях, записанных для отдельных сегментов сигнала. Синтезированный для такой обработки сиг-



налов АР-алгоритм называется многосегментным [5]. Соответствующая ему структурная схема обработки сигнала представлена на рис. 8.

Для рассматриваемого сигнала длина одного сегмента может быть принята равной длительности периода РИП  $\tau_{PИ\Pi}$  (128 отсчетов). Тогда рабочая зона по доплеровской частоте может быть увеличена до значения  $1/\tau_{PИ\Pi}$ , т. е. становится возможным однозначное измерение скорости цели, даже если она выходит за пределы зоны однозначного измерения при согласованной обработке. Кроме того, многосегментный АР-алгоритм обладает меньшей восприимчивостью к трансформации частотно-временно́го масштаба, когда время нахождения цели в элементе разрешения по дальности меньше времени когерентного анализа  $T_a$ . При согласованной обработке эти искажения приводят к разрушению главного лепестка ФН и как следствие – к ухудшению характеристик обнаружения. Заметим, что применение многосегментного режима при согласованной обработке в число раз, равное количеству сегментов, в то время как многосегментный АР-алгоритм сохраняет свойство высокого разрешения.

Анализируя и сопоставляя структуру обычного и многосегментного AP-алгоритмов или решетчатого фильтра предсказания, их реализующего, можно предположить, что многосегментный AP-алгоритм проигрывает исходному по XO. Для оценки потерь в ОСШ рассмотрим возможность обнаружения тестового сигнала с помощью многосегментного AP-алгоритма. На рис. 9 показаны XO исходного AP-алгоритма Берга второго порядка при доплеровском сдвиге частоты  $f_{\rm II} = 0$  (кривая *I*) и при  $f \gg 1/T_{\rm PMII}$  (кривая *3*). Как и предполагалось, многосегментный AP-алгоритм нечувствителен к доплеровскому сдвигу частоты сигнала в пределах от 0 до  $1/\tau$  (кривая *2*). Из графиков рис. 9 видно, что для тестового сигнала многосегментный AP-алгоритм проигрывает 5 дБ при обнаружении неподвижных целей и выигрывает свыше 10 дБ при обнаружении скоростных целей, что с учетом указанных ранее преимуществ позволяет рекомендовать его как альтернативный способ обработки сигналов, отраженных от таких целей. Рис. 9 иллюстрирует невозможность применения традиционных алгоритмов для обнаружения высокоскоростных целей (кривая *3*).

Обычно в AP-алгоритмах порядок модели *К* определяет предельное количество разрешаемых целей, поэтому его либо назначают исходя из тактико-технических требований к РЛС, либо используют специальные критерии определения порядка [3]. В то же время,



порядок модели влияет на XO и XT [6]. Рассмотрим зависимость XO многосегментного AP-алгоритма от порядка используемой модели. Семейство XO для некоторых порядков модели K при длине сегмента  $\tau_{PU\Pi}$  = 128 отсчетов представлено на рис. 10. Как видно из графиков, с ростом порядка XO улучшаются более чем на 3 дБ, что свидетельствует об имеющихся ресурсах для улучшения работы многосегментного AP-обнаружителя. Однако следует иметь в виду, что с ростом порядка существенно возрастают вычислительные затраты на реализацию AP-алгоритма.

Негативное влияние БЛ ФН проявляется в ухудшении помехоустойчивости РЛС к пассивным помехам. В частности, при наличии в некоторых дальностно-доплеровских каналах приема мощных сигналов из-за ненулевых БЛ ФН возрастает ВЛТ в других каналах приема, что затрудняет или делает невозможным обнаружение малоразмерных целей. В связи с этим необходимо оценить выходную реакцию АР-обнаружителя при настройке приемника (см. рис. 5) на другой канал дальности, т. е. оценить уровни ВЛТ в каналах приема, в которых нет сигнала. На рис. 11 представлены ХО для исходного (кривая *1*) и многосегментного (кривая *2*) АР-алгоритмов, а также зависимости ВЛТ в соседних дальности каналах приема. Как видно из рис. 11, многосегментный АР-алгоритм существенно уступает исходному АР-алгоритму и имеет недопустимо высокий уровень ВЛТ.

Сложномодулированный тестовый сигнал на основе бинарного кодирования фазы по закону ПСП относится к шумоподобным сигналам. Использование в качестве фазового кода М-ПСП, обладающей свойством аддитивно-циклического сдвига, позволяет рассматривать сигналы на входе AP-алгоритма в соседних каналах приема также как шумоподоб-



ные. Для устранения зависимости ВЛТ от мощности входного шума в работе [4] предложена модификация рабочей статистики обнаружения (1), нормированной к мощности ошибки предсказания. АР-Оценка спектра  $F_{\rm H}(f_{\rm II})$  в этом случае имеет вид

$$F_{\rm H}(f_{\rm \Pi}) = \frac{1}{\left| \prod_{k=1}^{K} \left\{ 1 - |z_k| \exp\left[ j \left( \arg z_k - z_k \right) \right] \right\} \right|}$$

Рассмотрим эффективность рабочей статистики обнаружения вида (5) в сравнении с (3). На рис. 12 представлены ХО исходного АР-алгоритма без нормировки (кривая 1) и с нормировкой (кривая 2), а также ХО многосегментного АР-алгоритма без нормировки (кривая 3) и с нормировкой (кривая 4). Как видно из графиков, многосегментный АР-алгоритм проигрывает за счет нормировки менее 1 дБ, в то время как обычный алгоритм уступает при нормиров-



ке более 3 дБ. Возрастания уровня ВЛТ в соседних каналах приема при воздействии мощного сигнала не наблюдается для обоих нормированных АР-алгоритмов, что является весьма важным их преимуществом. Фактически происходит стабилизация уровня ложных тревог по всему рабочему диапазону дистанций (задержек).

Таким образом, предложенный многосегментный AP-алгоритм обработки амплитудно-фазоманипулированных сигналов при использовании нормированной рабочей статистики вида (5) может быть рекомендован как алгоритм для обнаружения скоростных целей при доплеровских сдвигах, существенно превышающих рабочую зону однозначных измерений согласованного приемника. При этом обеспечивается постоянная интенсивность ложных тревог во всех каналах приема независимо ни только от уровня аддитивного шума, но и от уровня мощного мешающего сигнала, поступающего от соседнего канала дальности.

### Список литературы

1. Морская радиолокация / В. И. Винокуров, В. А. Генкин, В. И. Щербак и др.; под ред. В. И. Винокурова. Л.: Судостроение, 1986. 256 с.

2. Кутузов В. М., Рябухов И. Р., Безуглов А. В. Многосегментная авторегрессионная обработка пространственно-временных сигналов // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 1998. Вып. 2. С. 75–88.

3. Марпл С. Л.-мл. Цифровой спектральный анализ и его приложения: пер. с англ. М.: Мир, 1990. 584 с.

4. Кутузов В. М. Рабочие статистики методов максимальной энтропии в задаче обнаружения и оценивания параметров сигналов // Корабельное радиооборудование и автономные системы навигации: сб. науч. тр. / ЛЭТИ. Л., 1990. С. 3–8. (Изв. ЛЭТИ. Вып. 427.)

5. Кутузов В. М., Сотников А. А. Модельно-параметрические технологии обработки данных с разрывами // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2005. Вып. 2. С. 3–10.

6. Кутузов В. М. Проблемы и перспективы применения параметрических методов обработки радиолокационной информации // Радиоэлектроника в СПбГЭТУ: сб. науч. тр. Вып. 2. СПб.: Изд-во СПбГЭТУ "ЛЭТИ", 1996. С. 86–98.

### V. M. Kutuzov, K. A. Mazurov

Saint-Petersburg state electrotechnical university "LETI"

### Multi-segment auto regression algorithm of complex-modulated signal's processing

The possibility and efficiency of using of multi-segment auto regression algorithm of spectrum processing of complex-modulated signals for the speedy target's detection, lying outside zone of single-valued measuring, is considered. Detection characteristics were calculated by means of using probing signal such as magnitude-phase-manipulated regular pulse pattern with internal anti-phased binary manipulation determined by maximum-length sequence code.

Single-valued measuring zone, model-parametric methods of spectrum estimation, detection characteristics, multi-segment auto regression algorithm of Burg

Статья поступила в редакцию 4 июня 2009 г.

### УДК 621.317

### И. А. Ермоленко, Е. А. Кононов Балтийская государственная академия рыбопромыслового флота Метод измерения флуктуационной нестабильности частоты колебаний высокочастотных генераторов с преобразованием колебаний в диапазон низких частот

Рассматривается метод измерения нестабильности частоты колебаний высокочастотных генераторов путем переноса колебаний на более низкую частоту. Использована схема сдвига частоты гетеродина на основе фазового метода формирования однополосного сигнала. Проведен анализ преобразования частоты.

## Кратковременная нестабильность частоты, преобразование сигнала высокочастотного генератора, сдвиг частоты гетеродина, фазовый метод формирования однополосного сигнала

В настоящее время в обеспечении безопасности мореплавания важнейшую роль играют радионавигационные системы и международная космическая система поиска и спасения терпящих бедствие судов и самолетов "КОСПАС – SARSAT". Точность определения координат по доплеровскому смещению частоты принимаемого спутником сигнала ограничивается величиной кратковременной нестабильности частоты (КНЧ) передатчика радиобуя [1]. Для достижения точности в 1...2 mile величина КНЧ не должна превышать  $\delta f \leq 2 \cdot 10^{-9}$ , что заставило разработчиков специальных радиобуев АРБ-406 применить в качестве источника колебаний в АРБ кварцевые генераторы с прецизионными резонаторами-термостатами. Еще более высокие требования предъявляются к КНЧ источников колебаний в радионавигационных системах ("Омега" и др.). КНЧ, определяемая за короткие интервалы времени (от единиц секунд до долей миллисекунд [2]), является следствием флуктуационных процессов в источниках стабильных колебаний [3], [4].

Все известные методы измерения параметров КНЧ высокочастотных генераторов [1], [4]–[6] связаны с необходимостью гетеродинного преобразования исследуемых радиосигналов в диапазон низких частот (НЧ) и измерения нестабильности периода преобразованных НЧ-колебаний счетно-импульсным методом с помощью, например, вычислительного электронно-счетного частотомера (ВЭСЧ). Применение ВЭСЧ позволяет определить статистические характеристики КНЧ исследуемых колебаний (в частности, среднеквадратическую вариацию частоты [7]).

В простых устройствах с одноканальным преобразованием частоты [1], [5] чувствительность определяется величиной КНЧ применяемых гетеродинов и синтезаторов частот. Для преодоления этого ограничения в [5], [6] рекомендуется использовать двухканальные схемы преобразования частоты с двумя исследуемыми генераторами (обычно одинаковыми) и одним общим гетеродином, частотные флуктуации (и КНЧ) которого компенсируются при дополнительном перемножении колебаний, преобразованных в обоих каналах, в третьем смесителе. Данная схема используется, в частности в промышленном компараторе частот Ч7-39, работающем с двумя источниками исследуемых колебаний в диапазоне до 50 МГц.

Для измерения КНЧ колебаний высокочастотных генераторов предлагается использовать двухканальную схему преобразования со сдвигом частоты гетеродина в одном канале [6], позволяющую определить зависимость суммарных флуктуаций частоты исследуемых генераторов от времени усреднения, обратно пропорционального частоте сдвига. Это невозможно в простой двухканальной схеме из-за неравенства частот исследуемых генераторов, так как в ней время усреднения определяется неконтролируемой разностью их частот. В предложенной схеме время усреднения определяется частотой сдвига, поэтому можно измерить искомые флуктуации частот исследуемых генераторов при условии, что нестабильностью, вносимой устройством сдвига, можно пренебречь. Известно устройство для получения постоянной разности частот двух высокочастотных генераторов [8], перестраиваемых в диапазоне частот 12.5...300 МГц введением обратной связи по отклонению от разностной звуковой частоты. Однако громоздкость и сложность этого устройства не позволяют использовать его непосредственно.

На рис. 1 представлена упрощенная структурная схема двухканального преобразователя частоты для измерения КНЧ. Здесь ГГ1, ГГ2 – генераторы гармоник; ОГ – перестраиваемый опорный ВЧ-генератор; ФВ1, ФВ2 – фазовращатели; СМ1–СМ5 – смесители; Г<sub>ст</sub> – генератор фиксированной (стабильной) частоты сдвига  $F_{\rm cr}$ ; ФНЧ1–ФНЧ3 – фильтры низких частот; У1, У2 – усилители; ВЭСЧ – вычислительный электронно-счетный частотомер;  $f_1$  и  $f_2$  – частоты сигналов исследуемых физически идентичных генераторов ( $f_1 \approx f_2$ ). Представим эти сигналы квазигармоническими моделями [4], [5]:

$$u_1(t) = U_1 \cos\left[2\pi \left(f_1 + \Delta f_1\right)t\right]; \tag{1}$$

$$u_2(t) = U_2 \cos\left[2\pi \left(f_2 + \Delta f_2\right)t\right],\tag{2}$$

а сигнал опорного генератора (общего гетеродина) ОГ в виде

$$u_0(t) = U_0 \cos\left[2\pi \left(f_0 + \Delta f_0\right)t\right],\tag{3}$$

где  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $U_0$  – амплитуды;  $\Delta f_1$ ,  $\Delta f_2$ ,  $\Delta f_0$  – флуктуации частот, зависящие в общем случае от времени;  $f_0$  – частота колебаний ОГ.

Для формирования в ОГ дополнительного (к основному) колебания с частотой, сдвинутой относительно частоты основного колебания на величину  $F_{ct}$ , в схеме на рис. 1 используется фазовый метод формирования однополосного сигнала [9]. Для реализации этого метода необходимы два устройства формирования квадратурных (сдвинутых по фазе на 90°) колебаний: высокочастотных с перестройкой частоты  $f_0$  и низкочастотных со стабильной частотой  $F_{ct}$ .



Для получения двух квадратурных колебаний с перестройкой частоты в диапазоне умеренно высоких частот (до 10 МГц) можно использовать известные схемы RC-генераторов на двух интеграторах. Подобные схемы находят применение, в частности в промышленных измерительных генераторах сигналов сложной формы (например, Г6-34, Г6-37 или Г6-43). Однако колебания RC-генераторов имеют невысокую стабильность частоты, что затрудняет их применение для решения измерительных задач. Поэтому весьма актуально создание устройства формирования двух квадратурных колебаний, перестраиваемых в диапазоне высоких частот, на основе LC-генераторов, обладающих малыми флуктуациями частоты. Такие генераторы используются, например в схемах высокостабильных синтезаторов частот с цифровым управлением перестройкой частоты выходных колебаний [6]. Однако с учетом компенсации флуктуаций частоты и КНЧ  $\Delta f_0$  в двухканальном преобразователе, нет необходимости предъявлять очень высокие требования к ОГ по КНЧ.

В качестве генератора частоты сдвига Г<sub>ст</sub> следует использовать высокостабильный генератор НЧ-колебаний, полученных от кварцевого генератора (такой имеется, например, в любом цифровом частотомере или фазометре). Сдвиг фазы низкочастотного колебания на 90° можно осуществить при делении частоты (например, с помощью триггеров [9], с последующей фильтрацией для подавления высших гармоник). Сформированный таким образом сигнал на верхнем по схеме на рис. 1 выходе ФВ2 представим в виде

$$u_{\rm cT}(t) = U_{\rm cT} \cos\left[2\pi \left(F_{\rm cT} + \Delta F_{\rm cT}\right)t\right],\tag{4}$$

где  $U_{\rm ct}$  – амплитуда сигнала со стабильным сдвигом частоты;  $\Delta F_{\rm ct}$  – нестабильность частоты этого сигнала.

После прохождения сигнала ОГ (3) через фазовращатель ФВ1 на левом по схеме на рис. 1 входе смесителя СМ1 получим колебание (3), а на левом входе СМ2 – квадратурное колебание  $u'_0(t) = U_0 \sin \left[ 2\pi (f_0 + \Delta f_0)t \right]$ . На втором (правом по схеме на рис. 1) входе смесителя СМ1 имеется колебание (4), а на правом входе СМ2 – квадратурное колебание  $u'_{\text{ст}}(t) = U_{\text{ст}} \sin \left[ 2\pi (F_{\text{ст}} + \Delta F_{\text{ст}})t \right]$ . Амплитуды всех четырех колебаний необходимо поддерживать равными.

Перемножив сигналы в смесителях CM1 и CM2 и сложив их, получим гармоническое колебание с разностной частотой  $f_0 - F_{ct}$ :

$$U_{\rm cT} \sin\left[2\pi (F_{\rm cT} + \Delta F_{\rm cT})t\right] U_0 \sin\left[2\pi (f_0 + \Delta f_0)t\right] + U_{\rm cT} \cos\left[2\pi (F_{\rm cT} + \Delta F_{\rm cT})t\right] U_0 \cos\left[2\pi (f_0 + \Delta f_0)t\right] = U_{\rm cT} U_0 \cos\left[2\pi (f_0 + \Delta f_0 - F_{\rm cT} - \Delta F_{\rm cT})\right].$$

Полное подавление одной из боковых полос в фазовом формирователе однополосного сигнала возможно, только если амплитуды на выходах смесителей равны, а фазовые сдвиги сигналов в ФВ составляют точно 90°. На практике эти условия выполняются лишь с некоторой точностью. Оценка отношения уровней колебаний выделяемой и подавляемой частот показали [9], что для подавления до 40дБ амплитудный и фазовый разбалансы должны составлять 2% и 1.1° соответственно.

Сигнал ОГ и сдвинутый по частоте на  $F_{cr}$  сигнал подаются на входы генераторов гармоник ГГ1 и ГГ2 соответственно. Выходные сигналы этих генераторов представим в виде рядов Фурье:

$$\sum_{n=1}^{\infty} U_{0n} \cos\left[2\pi n \left(f_0 + \Delta f_0\right) t\right]; \tag{5}$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} U_{0m} \cos\left[2\pi m \left(f_0 - F_{\rm cT} + \Delta f_0 - \Delta F_{\rm cT}\right)t\right],\tag{6}$$

где  $U_{0n}$ ,  $U_{0m}$  – амплитуды гармоник с номерами *n* и *m* соответственно. Перемножение сигналов (5) и (1) в смесителе СМЗ дает на его выходе сигнал:

$$\begin{split} u_1'(t) &= U_1 \cos \left[ 2\pi (f_1 + \Delta f_1)t \right] U_{01} \cos \left[ 2\pi (f_0 + \Delta f_0)t \right] + \ldots + \\ &+ U_1 \cos \left[ 2\pi (f_1 + \Delta f_1)t \right] U_{0n} \cos \left[ 2\pi n (f_0 + \Delta f_0)t \right] + \ldots = \\ &= 0.5U_1 U_{01} \left\{ \cos \left[ 2\pi (f_1 + \Delta f_1 + f_0 + \Delta f_0)t \right] + \cos \left[ 2\pi (f_1 + \Delta f_1 - f_0 - \Delta f_0)t \right] \right\} + \ldots + \\ &+ 0.5U_1 U_{0n} \left\{ \cos \left[ 2\pi (f_1 + \Delta f_1 + nf_0 + n\Delta f_0)t \right] + \cos \left[ 2\pi (f_1 + \Delta f_1 - nf_0 - n\Delta f_0)t \right] \right\} + \ldots \\ &\text{Ha выходе смесителя CM4 получим результат перемножения сигналов (6) и (2):} \\ & u_2'(t) = 0.5U_2 U_{01} \left\{ \cos \left[ 2\pi (f_2 + \Delta f_2 + f_0 - F_{\text{cT}} + \Delta f_0 - \Delta F_{\text{cT}})t \right] + \\ &+ \cos \left[ 2\pi (f_2 + \Delta f_2 - f_0 + F_c - \Delta f_0 + \Delta F_{\text{cT}})t \right] \right\} + \ldots + \\ &+ 0.5U_2 U_{0m} \left\{ \cos \left[ 2\pi (f_2 + \Delta f_2 - mf_0 - mF_{\text{cT}} - m\Delta f_0 - m\Delta F_{\text{cT}})t \right] \right\} + \ldots \end{split}$$

Фильтрами ФНЧ1 и ФНЧ2 подавляются высокочастотные составляющие  $u'_1$  и  $u'_2$  и выделяются сигналы промежуточных (разностных) частот  $f_{\Pi \Psi 1} = (f_1 - nf_0)$  и  $f_{\Pi \Psi 2} = (f_2 - mF_{cT})$  которые усиливаются идентичными усилителями У1 и У2. Далее такие усиленные сигналы перемножаются в смесителе СМ5. При этом частота ОГ и его нестабильность компенсируются. После фильтрации в ФНЧЗ получим выходной НЧ-сигнал:

$$u_{\rm BMX}(t) = U_{p \ BMX} \cos\left\{2\pi \left[F_{0 \ BMX} + \Delta F_{BMX}(t)\right]\right\}t, \qquad (7)$$

53

где  $U_{p \text{ вых}} = K_{y1}K_{y2}U_1U_2U_{0n}U_{0m}/8$  ( $K_{y1}$  и  $K_{y2}$  – коэффициенты передачи трактов обработки сигналов, поступающих на Вх. 1 и Вх. 2 соответственно);  $F_{0 \text{ вых}}(t) = F_{\text{ст}} + f_1 - -f_2 \approx F_{\text{ст}}$ ;  $\Delta F_{\text{вых}}(t) = \Delta f_1 - \Delta f_2 + \Delta F_{\text{ст}}$  – нестабильность.

Благодаря использованию генераторов гармоник диапазон частот исследуемых генераторов значительно расширяется. Например при исследовании генераторов с частотой сигнала 100 МГц, ОГ с  $f_0 = 5$  МГц и n = 20, достаточно частоты  $F_{cT} = 1$  кГц. Если исследуемые генераторы и генераторы, входящие в состав измерителя, обладают примерно одинаковой КНЧ, то их относительные нестабильности будут одинаковы:  $\Delta f_1/f_1 = \Delta f_2/f_2 = \Delta F_{cT}/F_{cT} \ll 1$ . Однако частота сдвига существенно меньше частот анализируемых сигналов:  $F_{cT} \ll f_1$ ;  $F_{cT} \ll f_2$ , отсюда абсолютная величина ее нестабильности  $\Delta F_{cT} \ll \Delta f_1$ ;  $F_{cT} \ll \Delta f_2$ . Поэтому в (7) можно пренебречь нестабильностью частоты сдвига и измерить искомые флуктуации частоты сигналов на входах Вх. 1 и Вх. 2 (например, с помощью ВЭСЧ).

Приведенный анализ не учитывал влияние соседних гармоник сигнала частоты  $f_0$ . Более детальный анализ показывает, что комбинационные составляющие, возникающие в результате перемножения  $u_1$  и  $u_2$  с компонентами, содержащими  $n \pm 1$  гармоники частоты  $f_0$  и  $(f_0 - F_{cT})$ , располагаются выше по частоте (на величину  $f_0 \gg F_{cT}$ ) и подавляются ФНЧЗ, как показано на частотной диаграмме (рис. 2) (спектральные компоненты показаны с учетом их расширения из-за частотных флуктуаций).

Измеряемый период выходного низкочастотного сигнала (5) можно представить в виде

$$T_{\rm BbIX} = 1 / \left[ F_{0 \,\rm BbIX} + \Delta F_{\rm BbIX} \left( t \right) \right] = 1 / F_{0 \,\rm BbIX} \left[ 1 + \delta_{F_{\rm BbIX}} \left( t \right) \right], \tag{8}$$

где  $\delta_{F_{\text{BЫX}}}(t) = \Delta F_{\text{BЫX}}(t) / F_{0 \text{BЫX}}$  – малое относительное изменение частоты на выходе преобразователя частоты. При  $\delta_{F_{\text{BЫX}}} < 1$  (8) можно разложить в биномиальный ряд:

$$T_{\rm BbIX} = \left[1 - \delta_{F_{\rm BbIX}}(t) + \delta_{F_{\rm BbIX}}^2(t) / 2! - \delta_{F_{\rm BbIX}}^3(t) / 3! + \dots\right] / F_{0\,\rm BbIX} \,. \tag{9}$$

С другой стороны, измеряемый период можно представить как

$$T_{\rm BbIX} = T_{0\,\rm BbIX} \left[ 1 + \delta_{T\,\rm BbIX} \left( t \right) \right],\tag{10}$$

где  $T_{\text{вых}} = 1/F_{0 \text{ вых}}$ ;  $\delta_{T_{\text{вых}}}(t) = \Delta T_{\text{вых}}(t)/T_{0 \text{ вых}}$ . Из сопоставления выражений (9) и (10) следует, что

$$\delta_{T_{\text{BbIX}}}(t) \approx -\delta_{F_{\text{BbIX}}}(t). \tag{11}$$

при условии их малости и медленности, тогда как в (9) можно ограничиться первыми двумя членами ряда.



Таким образом, относительное изменение периода выходного НЧ-сигнала с точностью до знака равняется относительному изменениию частоты, что может быть использовано для определения статистических характеристик суммарной КНЧ двух исследуемых высокочастотных генераторов с близкими частотами  $f_1 \cong f_2$ . Так, включив на выходе преобразователя вместо ВЭСЧ (или в дополнение к нему) многоканальный статистический анализатор нестабильностей интервалов времени [10]–[12], можно измерить не только КНЧ, но и реальную ширину спектральной линии колебаний исследуемых генераторов, а также и наблюдать форму этой линии. Последнюю, как показано, например в [12], повторяет в измененном в соответствии с (11) масштабе гистограмма дифференциального вероятностного распределения измеряемых нестабильностей периода  $\Delta T_{\rm BbIX}(t)$ . Такую гистограмму можно получить на анализаторе вариаций частоты и интервалов времени типа HP5371A (в диапазоне частот от долей герц до 500 МГц), в устройствах [11], [12], разработанных одним из авторов настоящей статьи, а также на современных цифровых осциллографах (со встроенным компьютером) типа Wave Runner.

Процедура статистического анализа нестабильностей периода колебаний в НЧ-диапазоне может быть реализована на обычном персональном компьютере (ПК) со звуковой картой. Для него рассмотренный двухканальный понижающий преобразователь частоты целесообразно выполнить в виде дополнительной приставки или блока, который может быть размещен, например в стандартном отсеке для CD-ROM ПК.

### Список литературы

1. Ермоленко И. А., Павлов К. П. Определение параметров нестабильности частоты сигналов аварийных радиобуев АБР-КОСПАС // Измерительная техника. 1993. № 3. С. 27–29.

2. ГОСТ 8.567-99. Измерение времени и частоты. Термины и определения. М.: Изд-во стандартов, 2000. 11 с.
 3. Шахтарин Б. И. Случайные процессы в радиотехнике: цикл лекций. М.: Радио и связь, 2000. 584 с.

4. Рютман Ж. Характеристики нестабильности фазы и частоты высокочастотных генераторов: итоги развития за 15 лет // ТИИЭР. 1978. Т. 66, № 9. С. 70–104.

#### Известия вузов России. Радиоэлектроника. 2009. Вып. 4===

5. Оуэн К. Частотная метрология / ВЦП. М., 1983. 82 с. (№ Е-32898.)

6. Измерения в электронике: справочник / под ред.В. А. Кузнецова. М.: Энергоатомиздат, 1987. 512 с.

7. Алехин А. М. Гладконогих В. В., Дмитриев О. А. Программируемые измерения частотно-временных характеристик высокостабильных источников // Вопр. радиоэлектроники. Сер. Радиоизмерительная техника. 1975. Вып. 1. С. 73–80.

8. Вирро А. Устройство для получения постоянной разности частот двух высокочастотных гетеродинов // ПТЭ. 1988. № 3 С. 142–143.

9. Поляков В. Т. Радиолюбителям о технике прямого преобразования. М.: Патриот. 1990. 264 с.

10. Потапов А. В., Чернявский А. Ф. Статистические методы измерений в экспериментальной атомной физике. М.: Атомиздат, 1980. 264 с.

11. Ермоленко И. А., Стрюков В. Н. Статистический анализатор интервалов времени с газоразрядными индикаторами // Мат-лы третьей междунар. конф. по управлению безопасностью мореплавания и подготовке морских специалистов, Калининград, ноябрь 2002 г. / БГАРФ. Калининград, 2003. С. 105–112.

12. Ермоленко И. А. Измерение кратковременной нестабильности частоты, реальной ширины и формы спектральной линии колебаний полупроводниковых генераторов // Полупроводниковые автоколебательные системы и усилительные устройства: сб. науч. тр. / ЛПИ. Л., 1984. С. 56–62.

#### I. A. Ermolenko, E. A. Kononov Baltic fishing flit state academy

### Fluctuation frequency instability measuring method of a high frequency oscillator signal when transforming it to the low frequency band

The frequency instability measuring method of highly-frequency oscillator signal with it transforming to a lower frequency is considered. The scheme of a heterodyne frequency shifting based on phase method of a single band signal formation is used. The analysis of frequency transformation is made.

Short-term frequency instability, transformation of the high-frequency oscillator signal, heterodyne frequency shift, phase method of an single band signal formation

Статья поступила в редакцию 10 июня 2009 г.



Ю. Г. Булычев, А. А. Мозоль Ростовский военный институт ракетных войск В. Н. Вернигора ФГУП «ВНИИ "Градиент"» (г. Ростов на Дону) В. А. Морковкин, А. Г. Нечаенко Ростовская академия сервиса Южно-Российского государственного университета экономики и сервиса

# Метод оперативного определения наклонной дальности до цели по двум измерениям пеленга

Развит оперативный метод определения наклонной дальности до цели по двум последовательным во времени измерениям пеленгов автономной угломерной системы с использованием априорной информации о вероятных значениях скорости и ускорения. Дана оценка эффективности метода. Приведен пример использования метода.

### Наклонная дальность, оценка, оперативность

В настоящее время для некоторых измерительных комплексов (например, комплексов радиоэлектронного подавления (РЭП)) весьма актуальна задача оперативного приближенного определения наклонной дальности до цели по минимальному количеству измерений пеленга, получаемых автономной угломерной системой [1]–[3]. Такая задача возникает, например на этапе ранжирования потока целей по ориентировочной дальности, т. е. по дальности, определенной с точностью, пригодной для решения задачи ранжирования целей при проведении РЭП. При этом рассматриваются цели с частично известными параметрами [4], когда заданы тип траектории, значения скорости и ускорения, а также тактико-технические характеристики сопровождаемых целей.

К комплексам РЭП не предъявляется повышенных требований к точности определения дальности до цели (как это имеет место, например, для дальномерных систем). Для них в первую очередь важна оперативность формируемых оценок этого параметра. Это позволяет отказаться от высокоточных статистических методов оценивания (метода наименьших квадратов, максимума правдоподобия, максимума апостериорной плотности вероятности и др. [5]) и использовать методы косвенного оценивания на базе несложных конечных формул.

В работах [4], [6] дальность определяется автономной угломерной системой по трем и более измерениям пеленга на цель, движущуюся прямолинейно и равномерно с известной скоростью. Однако использование более двух измерений пеленга снижает оперативность решения целевых задач измерительных комплексов, функционирующих в реальном времени.

Целью настоящей статьи является развитие оперативного метода определения наклонной дальности по двум последовательным во времени измерениям пеленгов. Метод основывается на допущениях о прямолинейном движении цели с известными значениями © Булычев Ю. Г., Мозоль А., А. Вернигора В. Н., Морковкин В. А., Нечаенко А. Г., 2009 57



скорости и ускорения, а также об известной мощности принимаемых автономной угломерной системой сигналов.

Геометрия задачи представлена на рис. 1, где точка 0 соответствует геометрическому центру автономной угломерной системы; ЛБ – линия барражирования цели; точки Ц<sub>1</sub> и Ц<sub>2</sub> указывают положения цели в моменты измерения пеленга на нее  $t_1$  и  $t_2$ соответственно;  $R_1$  и  $R_2$  – расстояния от угломерной системы до цели в моменты  $t_1$ и  $t_2$  соответственно;  $\beta$  – угол, образуемый пеленгом на цель в момент времени  $t_1$  и линией движения цели;  $\Delta \alpha_{12}$  – угол между пеленгами, измеренными из точки 0 на цель в моменты времени  $t_1$  и  $t_2$ .

Предполагается, что цель движется прямолинейно, причем проходимое расстояние описывается математической моделью:

$$S(t) = \sum_{i=1}^{N} \frac{S_0^{(i)}}{i!} (t - t_0)^i; \ t \ge t_0, \qquad (1)$$

где  $S_0^{(i)} = \frac{d^i S}{dt^i}\Big|_{t=t_0}$ ;  $N \in \{1, 2, ...\}$ ;  $t_0$  – начальный момент времени, а все величины  $S_0^{(i)}$  в

модели (1) полагаются известными.

Известны также время  $\Delta t_{12} = t_2 - t_1$  пролета цели между точками Ц<sub>1</sub> и Ц<sub>2</sub>, угол  $\Delta \alpha_{12}$  и величины  $Q_{12} = \sqrt{P_1/P_2}$  и  $Q_{21} = \sqrt{P_2/P_1}$  ( $P_1$  и  $P_2$  – мощности сигналов, принимаемых автономной угломерной системой в моменты времени  $t_1$  и  $t_2$  соответственно).

Требуется развить оперативный метод определения наклонной дальности до цели и проанализировать точностные характеристики метода с учетом основных случайных факторов в рамках нормального закона распределения.

Из рис. 1 определим расстояние между Ц<sub>1</sub> и линией визирования, направленной в точку Ц<sub>2</sub>:

$$\left|\overline{\mathbf{U}_{1},\mathbf{0}_{1}}\right| = R_{1}\sin\Delta\alpha_{12}.$$
(2)

На основании (1) найдем расстояние, пройденное целью:

Известия вузов России. Радиоэлектроника. 2009. Вып. 4

$$\left|\overline{\mathbf{U}_{1},\mathbf{U}_{2}}\right| = \sum_{i=1}^{N} \frac{S_{0}^{(i)}}{i!} \Delta t_{12}^{i} .$$
(3)

С учетом (2) и (3) имеем

$$\left|\overline{0_{1}, \Pi_{2}}\right|^{2} = \left[\sum_{i=1}^{N} \frac{S_{0}^{(i)}}{i!} \Delta t_{12}^{i}\right]^{2} - \left(R_{1} \sin \Delta \alpha_{12}\right)^{2}.$$
 (4)

С другой стороны,

$$\left|\overline{\mathbf{0}_{1},\mathbf{U}_{2}}\right| = R_{2} - R_{1} \cos \Delta \alpha_{12} \,. \tag{5}$$

Из (4) и (5) вытекает, что

$$\left[\sum_{i=1}^{N} \frac{S_{0}^{(i)}}{i!} \Delta t_{12}^{i}\right]^{2} - \left(R_{1} \sin \Delta \alpha_{12}\right)^{2} = \left(R_{2} - R_{1} \cos \Delta \alpha_{12}\right)^{2}.$$
(6)

Известно [7], что мощность P сигнала на входе автономной угломерной системы обратно пропорциональна квадрату дальности до цели  $R : P = \mu R^{-2}$ , где  $\mu$  – коэффициент пропорциональности, сложным образом зависящий от условий наблюдения цели и в общем случае изменяющийся во времени. Для моментов времени  $t_1$  и  $t_2$  имеем

$$R_{1} = \left(\mu_{1}P_{1}^{-1}\right)^{1/2}; \ \mu_{1} = \mu(t_{1}); \ R_{2} = \left(\mu_{2}P_{2}^{-1}\right)^{1/2}; \ \mu_{2} = \mu(t_{2}).$$

На практике интервал времени  $\Delta t_{12}$  весьма мал. Поэтому можно принять неизменность на данном интервале коэффициента:  $\mu_1 = \mu_2 = \mu$ . Тогда получим формулу для отношения дальностей:

$$R_1/R_2 = \left(P_2/P_1\right)^{1/2}.$$
(7)

С учетом (6) и (7) имеем

$$\left[\sum_{i=1}^{N} \frac{S_{0}^{(i)}}{i!} \Delta t_{12}^{i}\right]^{2} = R_{1}^{2} \left\{ \sin^{2} \Delta \alpha_{12} + \left[ \left( P_{1} / P_{2} \right)^{1/2} - \cos \Delta \alpha_{12} \right]^{2} \right\}.$$
(8)

Преобразовав выражение в фигурных скобках и введя обозначения  $Q_{12} = (P_1/P_2)^{1/2}$ и  $C_{12} = Q_{12}^2 - 2\cos\Delta\alpha_{12}Q_{12} + 1$ , с учетом (8) получим искомую формулу для наклонной дальности в момент времени  $t_1$ :

$$R_{1} = \left[\sum_{i=1}^{N} \frac{S_{0}^{(i)}}{i!} \Delta t_{12}^{i}\right] C_{12}^{-1/2} .$$
(9)

Учтя, что  $\Delta \alpha_{12} = \Delta \alpha_{21}$ , по аналогии с (9) получим формулу для наклонной дальности в момент времени  $t_2$ :

$$R_{2} = \left[\sum_{i=1}^{N} \frac{S_{0}^{(i)}}{i!} \Delta t_{12}^{i}\right] C_{21}^{-1/2}, \qquad (10)$$

59

где  $C_{21} = Q_{21}^2 - 2\cos\Delta\alpha_{12}Q_{21} + 1$ .

Выражения (9) и (10) позволяют определить дальность до цели по двум последовательным во времени измерениям пеленга и относительной мощности измеряемого сигнала.

Выражения (9), (10) не дают решения при  $C_{12} \le 0$  и  $C_{21} \le 0$  соответственно. Рассмотрение уравнений  $C_{12} < 0$  и  $C_{21} < 0$  показывает, что они не имеют решений в области вещественных чисел относительно  $Q_{12}$  и  $Q_{21}$  соответственно. Ситуации  $C_{12} = 0$  ( $C_{21} = 0$ ) возможны при одновременном выполнении двух условий:  $\Delta \alpha_{12} = 0$  и  $Q_{12} = 1$  ( $Q_{21} = 1$ ). Первое из них означает движение цели по линии визирования (отсутствие параллакса). Второе выполняется при столь медленном движении цели, что за время  $\Delta t_{12}$  она не сместилась на расстояние, достаточное для существенного изменения приходящей мощности сигнала. Совпадение этих условий означает, что автономная угломерная станция не в состоянии различить два измерения и, естественно, оказывается неработоспособной. Однако такие ситуации могут рассматриваться, скорее, как частный случай. Во всех остальных случаях выражения (9), (10) пригодны для определения наклонной дальности в рамках развития рассматриваемого метода.

Формулы (9), (10) дают детерминированные решения при наличии достоверной информации о типе цели и некоторых ее характеристиках. Перейдем к рассмотрению этих решений в условиях априорной неопределенности.

Учтем случайный характер основных параметров, входящих в формулы для наклонной дальности, полагая их нормально распределенными некоррелированными случайными величинами. Для нахождения дисперсии ошибки определения дальности воспользуемся широко распространенным на практике принципом линеаризации (первым приближением [4]–[6]). Кроме того, по аналогии с [4] ограничимся случаем прямолинейного равномерного движения цели.

Учитывая общность (9) и (10), при дальнейшем рассмотрении введем обозначения:  $R_{1(2)}$  для  $R_1$  и  $R_2$ ;  $Q_{12(21)}$  для  $Q_{12}$  и  $Q_{21}$ ,  $C_{12(21)}$  для  $C_{12}$  и  $C_{21}$ , имея в виду, что в каждом конкретном случае в выражениях должны использоваться либо индексы, стоящие вне скобок, либо индексы в скобках. Рассмотрим  $R_{1(2)}$  как функции случайных некоррелированных аргументов v,  $\Delta \alpha_{12}$ ,  $Q_{12(21)}$  (v – скорость цели):  $R_{1(2)} = \varphi(V, \Delta \alpha_{12}, Q_{12(21)}) =$   $= \varphi_{1(2)}$ . С учетом метода линеаризации искомые дисперсии ошибок определения наклонной дальности находятся по формуле

$$\sigma_{R_{l(2)}}^{2} = \left[ \partial \varphi_{l(2)} / \partial v \right]^{2} \sigma_{v}^{2} + \left[ \partial \varphi_{l(2)} / \partial \Delta \alpha_{12} \right]^{2} \sigma_{\Delta \alpha_{12}}^{2} + \left[ \partial \varphi_{l(2)} / \partial Q_{12(21)} \right]^{2} \sigma_{Q_{12(21)}}^{2}, \quad (11)$$

где  $\sigma_v^2$ ,  $\sigma_{\Delta\alpha_{12}}^2$ ,  $\sigma_{Q_{12(21)}}^2$  – дисперсии ошибок определения скорости, угла  $\Delta\alpha_{12}$  и величин  $Q_{12(21)}$  соответственно.

Частные производные в (11) с учетом (9), (10) находятся по формулам

$$\frac{\partial \varphi_{1(2)}}{\partial v} = \Delta t_{12} C_{12(21)}^{-1/2}; \frac{\partial \varphi_{1(2)}}{\partial \Delta \alpha_{12}} = \Delta t_{12} v^{3/2} C_{12(21)}^{-3/2} \sin \Delta \alpha_{12} Q_{12(21)}; \frac{\partial \varphi_{1(2)}}{\partial Q_{12(21)}} = \Delta t_{12} v^{3/2} C_{12(21)}^{-3/2} \left[ \cos \Delta \alpha_{12} - Q_{12(21)} \right].$$

$$(12)$$

Подставив (12) в (11), окончательно получим формулу для дисперсий ошибок определения наклонной дальности в моменты времени  $t_1$  и  $t_2$  соответственно:

$$\sigma_{R_{1(2)}}^{2} = \Delta t_{12}^{2} C_{12(21)}^{-1} \times \left\{ \sigma_{v}^{2} + v^{2} C_{12(21)}^{-2} \left\{ \sin^{2} \Delta \alpha_{12} Q_{12(21)}^{2} \sigma_{\Delta \alpha_{12}}^{2} + \left[ \cos \Delta \alpha_{12} - Q_{12(21)} \right]^{2} \sigma_{Q_{12(21)}}^{2} \right\} \right\}.$$
 (13)

Формула (13) позволяет исследовать потенциальные возможности развитого метода для различных условий пеленгационно-мощностных измерений. Используемое при ее выводе условие некоррелированности случайных величин v,  $\Delta \alpha_{12}$ ,  $Q_{12(21)}$  не является принципиальным. В случае их коррелированности достаточно в правую часть формулы (13) добавить слагаемое, учитывающее соответствующие коэффициенты корреляции между случайными величинами.

Для анализа эффективности развитого метода применим два подхода: первый, основанный на расчетах по формуле (13), и второй, основанный на статистическом моделировании с использованием датчиков случайных чисел.

Расчетами по (13) определялись среднеквадратические отклонения оценок наклонной дальности до цели  $\sigma_{R_{1(2)}}$ . Статистическим моделированием формировались значения

ошибок определения расстояния до цели: 
$$\delta R_{1(2)} = \left| \tilde{R}_{1(2)} - R_{1(2)}^* \right|$$
, где  $\tilde{R}_{1(2)} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \hat{R}_{1(2)}^n$  –

результирующая оценка наклонной дальности, полученная на основе развитого метода по результатам усреднения по N = 100 реализациям;  $R_{1(2)}^* - истинные значения наклонной$  $дальности, вычисленные по формулам <math>R_1^* = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$ ;  $R_2^* = \sqrt{(R_1^*)^2 + v^2} \Delta t_{12}^2 - 2R_1^* v \Delta t_{12} \cos\beta}$ ; причем  $\hat{R}_{1(2)}^n$  – единичные оценки, соответствующие *n*-му эксперименту, получаемые с использованием формул (9), (10);  $x_1$ ,  $y_1$  – горизонтальная и вертикальная координаты цели относительно точки 0 в момент  $t_1$  соответственно;  $\beta = \operatorname{arctg}[(H - y_1)/x_1] + \operatorname{arctg}[y_1/x_1]$ ; H = 50 км – высота пролета цели над точкой 0, в которой расположена автономная угломерная станция.

При построении единичных и результирующих оценок с помощью датчиков случайных чисел формировались ошибки измерений  $\Delta \alpha_{12}^n$ ,  $Q_{12(21)}^n$ ,  $\Delta v^n$ ;  $n = \overline{1, 100}$  со среднеквадратическими отклонениями  $\sigma_{\Delta \alpha_{12}}$ ,  $\sigma_{Q_{12(21)}}$ ,  $\sigma_{\Delta v} = 3$  м/с соответственно.

Расчеты и моделирование проведены для следующей модели движения цели:

Известия вузов России. Радиоэлектроника. 2009. Вып. 4=

$$x(t) = x_1 + v_x t; \ y(t) = y_1 + v_y t; \ v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}; \ \Delta \alpha_{12} = \arccos\left[\left(R_1^2 + R_2^2 - v^2 \Delta t_{12}^2\right)/2R_1R_2\right];$$
$$t_2 = \Delta t_{12}; \ Q_{12} = R_2/R_1; \ Q_{21} = R_1/R_2$$

 $(v_x, v_y -$ проекции вектора скорости **v** на горизонтальную и вертикальную оси координат соответственно) при начальных условиях  $t_1 = 0$ ;  $t \ge 0$ ;  $x_1 = 1$  км, v = 200 м/с,  $\sigma_v = 3$  м/с.

На рис. 2 представлены зависимости  $\sigma_{R_1}(\Delta t_{12})$ ,  $\sigma_{R_2}(\Delta t_{12})$  (рис. 2, *a*) и  $\delta R_1(\Delta t_{12})$ ,  $\delta R_2(\Delta t_{12})$  (рис. 2, *б*) для начальных условий  $y_1 = 60$  км,  $\sigma_{Q_{12}} = \sigma_{Q_{21}} = 0.009$ ,  $\sigma_{\Delta \alpha_{12}} = 5''$ .

На рис. 3 представлены аналогичные зависимости для начальных условий  $y_1 = 50$  км,  $\sigma_{Q_{12}} = \sigma_{Q_{21}} = 0.045$ ,  $\sigma_{\Delta \alpha_{12}} = 15''$ .

На рис. 4 представлены аналогичные зависимости для начальных условий  $y_1 = 40$  км,

$$\sigma_{Q_{12}} = \sigma_{Q_{21}} = 0.09, \ \sigma_{\Delta \alpha_{12}} = 30''$$

Анализ результатов расчетов и моделирования (рис. 2–4) показывает, что расчетные и модельные оценки подтверждают работоспособность метода для различных условий наблюдения цели.

Развитый в настоящей работе метод позволяет оценить значение наклонной дальности до цели по двум измерениям пеленга при известных значениях скорости и ускорения, а также мощности принимаемых автономной угломерной системой сигналов для рассматриваемых моментов измерений. Важнейшим отличием метода от традиционных подходов к решению задачи определения наклонной дальности является его оперативность при удовлетворительных точностных значениях оценки.





С точки зрения технической реализации метод целесообразно применять в измерительных комплексах РЭП на этапах ранжирования целей, когда важную роль играет оперативность определения оценки ориентировочной дальности.

### Список литературы

1. Палий А. И. Радиоэлектронная борьба. М.: Воениздат, 1981. 350 с.

2. Основы маневрирования кораблей / под ред. М. И. Скворцова. М.: Воениздат, 1996. 248 с.

3. Хвощ В. А. Тактика подводных лодок. М.: Воениздат, 1989. 264 с.

4. Мельников Ю. П., Попов С. В. Определение дальности при пеленговании объекта с частично известными параметрами движения // Радиотехника. 2003. № 4. С. 71–75.

5. Жданюк Б. Ф. Основы статистической обработки траекторных измерений. М.: Сов. радио, 1978. 384 с.

6. Булычев Ю. Г., Коротун А. А., Манин А. П. Идентификация параметров траекторий по измерениям подвижного пеленгатора // Радиотехника. 1990. № 1. С. 16–19.

7. Справочник по радиолокации / пер. с англ.; под ред. К. Н. Трофимова. М.: Сов. радио, 1976. Т. 4. 376 с.

J. G. Bulychev, A. A. Mozol Rostov military institute of rocket troops V. N. Vernigora FSUE ARSRI "Gradient" (Rostov-on-Don) V. A. Morkovkin, A. G. Nechaenko Rostov academy of service of the south Russian state university of economics and service

## A method of the operative estimation of the slant range to the target according to two bearing measurements

Operative method of slant target range estimation according to two bearing measurements independent by goniometric system with using of the a priori information about probable values of speed and acceleration is developed. Method efficiency estimation is given. The example of method using is resulted.

Slant range, estimation, operativeness

Статья поступила в редакцию 16 июня 2009 г.

УДК 621.391:621.396

### М. Ю. Арянцев, В. Г. Валеев

Уральский государственный технический университет – УПИ

## Подавление мощных внутриполосных помех одноканальным компенсатором в приемнике сигналов спутниковой навигации

Исследуется эффективность применения одноканального компенсатора, реализующего метод нелинейного подавления помех. Рассматриваются помехи с произвольной иириной спектра, сформированные при помощи произвольной угловой модуляции. Показана возможность повышения порогового отношения "помеха/сигнал" до 40 дБ и более.

### Нелинейная обработка, компенсация помех, навигационные спутниковые системы

Посторонние излучения, поступающие на вход навигационного приемника, уменьшают отношение "сигнал/помеха" и могут привести к срыву слежения за навигационными спутниками. В [1] отмечается, что в системе GPS при использовании сигнала с С/А-кодом необходимое для поиска сигнала и вхождения в режим слежения пороговое отношение "помеха/сигнал" составляет 22 дБ, а при использовании сигнала с Р(Y)-кодом это отношение составляет 34 дБ. При таких значениях порогового отношения даже сравнительно маломощные источники помех могут привести к нарушениям работы приемника на сравнительно больших взаимных удалениях, так как уровень навигационных сигналов на входе приемника пользователя составляет – 160 дБм [2].

Необходимость повышения помехозащищенности аппаратуры потребительского сегмента в системах спутниковой навигации осознается ее разработчиками и у нас в стране, и за рубежом. В [1] приводится большой перечень опубликованных за рубежом работ, посвященных проблеме повышения помехозащищенности аппаратуры потребителей. Существующие решения проблемы основываются главным образом на принципах адаптивной частотной и пространственной режекций помех. Реализация пространственной режекции требует применения в аппаратуре потребителей габаритных антенн – адаптивных антенных решеток, что не всегда возможно. К тому же пространственная режекция неэффективна, если направление приема мешающего сигнала приближается к направлению приема полезных сигналов. Реализация частотной режекции позволяет снизить влияние внутриполосных помех только в тех случаях, когда помехи занимают по частоте небольшую часть спектра полезных сигналов.

Преодолеть ограничения методов частотной и пространственной режекций можно, применив в приемнике нелинейную обработку принятого сигнала до его когерентного накопления. Обоснование нелинейной обработки дает метод амплитудного подавления помех [3]. По этому методу эффект достигается специальным нелинейным преобразованием f(x) принятого сигнала x(t), выполняемым на несущей или на промежуточной частоте. Возможности амплитудного подавления основываются на статистических отличиях помехи от гауссовского шума по виду одномерной плотности вероятности мгновенных значений. Вид преобразования f(x), при котором достигается максимальный эффект подавления помехи, определяется плотностью вероятности W(A) огибающей мешающего сигнала:

$$f(x) = \int_{0}^{x} \frac{d[Ag(A)]/dA}{\sqrt{x^{2} - A^{2}}} dA; \ x \ge 0; \ f(-x) = -f(x),$$
(1)

где  $g(A) = (d/dA) \ln [W(A)/A].$ 

В [3] показано, что преобразование f(x) можно реализовать, применяя нелинейную обработку по схеме на рис. 1. В составе приемника с когерентным накоплением сигнала схема на рис. 1 выполняет преобразование, эквивалентное (1).

Помехи с угловой модуляцией и медленными изменениями огибающей в смеси с шумом приемника можно характеризовать плотностью вероятности, соответствующей распределению Релея – Райса [4]

$$W(A) = 2A\alpha \exp\left[-\alpha \left(A^2 + 1\right)\right] I_0(2A\alpha), \quad (3)$$



где  $A = A_x / A_{\Pi}$  ( $A_x$  – амплитуда смеси);  $\alpha = A_{\Pi}^2 / 2\sigma_{\Pi}^2$ ; ( $A_{\Pi}$  – амплитуда помехи);  $\sigma_{\Pi}^2$ 

 $\alpha = A_{\Pi}^2 / 2\sigma_{III}^2$ ; ( $A_{\Pi}$  – амплитуда помехи);  $\sigma_{III}^2$  – мощность шума в полосе приемника. При данном распределении W(A) и  $\alpha \gg 1$ , т. е. когда уровень постороннего излуче-

ния существенно превышает уровень собственного шума приемника, как показано в [3], из (1) получим нелинейное преобразование, представленное на рис. 2. Такое преобразование может быть реализовано в виде компенсатора (рис. 3).

Реализация по схеме на рис. З требует знания амплитуды помехи  $A_{\Pi}$ . Для посторонних излучений значение  $A_{\Pi}$  неизвестно и кроме того может медленно изменяться. Поэтому уровень компенсирующего сигнала в схеме на рис. З должен настраиваться по принятому сигналу. В [5], [6] предложены адаптивные варианты такого компенсатора.

В настоящей статье исследуется эффективность адаптации по варианту [5] при воздействии на навигационный приемник сильных внутриполосных помех. Исследование проводилось моделированием средствами Matlab. Моделированию подвергнут тракт обработки принятых

сигналов, построенный по схеме, показанной на рис. 4. Компенсатор помех выполнен по схеме на рис. 5. Коррелятор настроен на выделение ожидаемого полезного сигнала, который в проводимых исследованиях рассматривался как полностью известный.

Результаты моделирования показаны на рис. 6–8 в виде огибающей функции взаимной корреляции сигнала на входе коррелятора с ожидаемым полезным сигналом для трех видов помех.





На рис. 6–8, *а* представлены результаты обработки без компенсатора, на рис. 6–8, *б* – результаты обработки с компенсатором по схеме на рис. 5. Ожидаемые временные положения полезного сигнала на выходе коррелятора показаны стрелками.

В качестве полезного сигнала рассматривался навигационный сигнал системы "ГЛОНАСС", предназначенный для режима общего доступа, на временном интервале, равном нескольким периодам дальномерного кода. На рис. 6 приведены результаты обработки, когда в качестве помехи рассматривался аналогичный полезному сигнал, имеющий временной  $\Delta t_{\rm \Phi M}$  и частотный  $\Delta f_{\rm \Phi M}$  сдвиги относительно полезного сигнала; на рис. 7 – при помехе в виде ЧМ-колебания с периодической линейной частотной модуляцией (ЛЧМ); на рис. 8 – при помехе в виде тонального сигнала без модуляции, имеющего частотный сдвиг  $\Delta f_{\rm T}$  относительно полезного сигнала. Уровень помехи во всех случаях со-



ставлял 40 дБ относительно уровня полезного сигнала. Мощность шума в полосе приемника принята равной мощности полезного сигнала. Другие условия моделирования:

- частота дискретизации  $F_{\Pi} = 100F_{H}$  ( $F_{H}$  несущая частота сигнала);
- частота повторения модулирующей функции при фазовой модуляции полезного сигнала F<sub>ФМ</sub> = 0.1F<sub>н</sub>;
- сдвиг частоты сигналоподобной помехи  $\Delta f_{\Phi M} = F_{\Phi M}/50$ ;
- временной сдвиг сигналоподобной помехи  $\Delta t_{\Phi M} = 25.5/F_{\Phi M}$ ;
- сдвиг частоты тональной помехи  $\Delta f_{\rm T} = F_{\rm \Phi M}/10$ .

Из приведенных результатов можно сделать следующие выводы.

- Без применения компенсатора полезный сигнал в рассмотренных условиях наблюдения полностью маскируется мешающим. Этого следовало ожидать, так как уровень порогового отношения "сигнал/помеха" без применения средств защиты составляет – 22 дБ (данные соответствуют системе GPS, но их можно отнести и к системе "ГЛОНАСС"), а в проведенных исследованиях это отношение было принято равным – 40 дБ.
- Применение компенсатора (см. рис. 6–8, б) позволяет надежно выделить полезный сигнал после корреляционной обработки. Выходное отношение "сигнал/помеха" (отношение квадрата взаимной корреляции в сигнальных точках к среднему квадрату мешающего фона) составляет 22.2 дБ на рис.6, 23.8 дБ на рис. 7 и 21.8 дБ на рис. 8.

На результаты цифрового моделирования аналоговой процедуры компенсации, выполняемой по схеме на рис. 5, существенно влияет погрешность дискретизации входных процессов. Оценим данную погрешность. Для этого сравним результаты моделирования двух теоретически эквивалентных схем нелинейного преобразования принимаемого сигнала (см. рис. 1 и 3) при известной амплитуде помехи  $A_{\Pi}$ .

В схеме на рис. 1 преобразование g(A) для распределения (3) при  $\alpha \gg 1$  примет вид  $g(A) = A - A_{\Pi}$ . Схема на рис. 3 имеет такую же чувствительность к погрешности дискретизации, что и схема на рис. 5, поскольку в обеих схемах компенсация осуществляется на несущей частоте. В схеме на рис. 1 компенсация помехи производится на видеочастоте и при выбранных условиях моделирования погрешность цифрового представления должна быть незначительной.

Моделирование этих схем выполнено в одинаковых условиях, описанных ранее. Результаты моделирования в виде отношения "сигнал/помеха" на выходе коррелятора приведены в таблице. Сравнив результаты, относящиеся к разным схемам компенсации, отметим различие приблизительно на 2...2.5 дБ. Это различие может быть вызвано только погрешностью цифрового моделирования аналоговой процедуры компенсации на несущей частоте. Исследования показывают, что увеличение частоты дискретизации снижает данную погрешность, но значительно возрастающий при этом объем вычислений не позволяет добиться полного совпадения результатов моделирования для теоретически эквивалентных схем.

Помеха	Отношение "сигнал/помеха" на выходе компенсатора, дБ			
помеха	По схеме на рис. 1	По схеме на рис. 3		
С периодической ЛЧМ	25.7199	23.6759		
Тональная без модуляции	24.6418	22.0659		

Представляет интерес сравнение по эффективности исследованного компенсатора (см. рис. 5) и техническое решение по патенту [7], предназначенное для аналогичной цели. Структурная схема устройства [7] показана на рис. 9.

На вход устройства поступает аддитивная смесь полезного сигнала, постороннего излучения и шума x(t). Детектор огибающей формирует сигнал e(t), пропорциональный огибающей входного сигнала x(t). Усредняющее устройство формирует среднее значе-



ние z(t) сигнала e(t). Время усреднения выбирается таким образом, чтобы z(t) воспроизводило медленные изменения огибающей e(t). При слабом сигнале и мощной помехе значения z(t) будут определяться в основном огибающей помехи. Дифференциальный усилитель формирует разность e(t)-z(t) и усиливает ее. Таким

образом, выходной сигнал дифференциального усилителя y(t) представляет собой огибающую входного сигнала x(t), в которой подавлена составляющая помехи.

Результаты моделирования этого устройства показаны на рис. 6–8, *в*. По данным рис. 7 и 8 техническое решение по патенту [7] практически не уступает компенсатору по схеме на рис. 5. Однако при воздействии сигналоподобной помехи (см. рис. 6, *в*) на выходе коррелятора отмечено появление кроме полезного сигнала еще и дополнительного отклика, не имеющего отношения к сигналу. Такой результат свидетельствует не в пользу решения [7].

### Список литературы

1. Соловьев Ю. А. Спутниковая навигация и ее приложения. М.: Эко-Трендз, 2003. 326 с.

2. Яценков В. С. Основы спутниковой навигации. Системы GPS NAVSTAR и ГЛОНАСС. М.: Горячая линия – Телеком, 2005. 272 с.

3. Валеев В. Г. Обнаружение сигналов в негауссовских помехах // Теория обнаружения сигналов / под ред. П. А. Бакута. М.: Радио и связь, 1984. С. 266–325.

4. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. М.: Сов. радио, 1966. 678 с.

5. Патент RU 69 687 U1 МПК Н04В 1/10. Нелинейный компенсатор помех / Арянцев М. Ю., Валеев В. Г. (РФ). Публ. 27.12.2007. Бюл. 1.

6. Патент RU 70 063 U1 МПК Н04В 1/10. Адаптивный компенсатор помех / Арянцев М. Ю., Валеев В. Г. (РФ). Публ. 10.01.2008. Бюл. 36.

7. Патент № 3 605 018 США, H04B 1/10. Interference suppression in a receiver by envelope variation modulation / Coviello G. J. Publ. 1971/09/14.

-Известия вузов России. Радиоэлектроника. 2009. Вып. 4

M. Yu. Aryantsev, V. G. Valeev Ural state technical university – UPI

### Significant in-band interference suppression single-channel compensator in receiving-amplifying tract of navigation receiver

Application efficiency of single channel compensator realized nonlinear interference suppression technique is investigated. Interferences with arbitral bandwidth, formed by arbitral angle modulation, are considered. Possibility of the "interference/signal" threshold ratio increasing up to 40 dB and more is shown.

Nonlinear signal processing, interference compensation, global positioning systems

Статья поступила в редакцию 20 апреля 2009 г.

УДК 621.396.96

А.В.Мякиньков Нижегородский государственный технический университет Оптимизация алгоритма траекторной обработки

в бистатической просветной радиолокационной системе в условиях неравноточных первичных измерений

Рассматривается алгоритм траекторной обработки на основе метода максимального правдоподобия в трехкоординатной бистатической просветной радиолокационной системе. Особенностью исследуемого алгоритма является учет изменения точности измерений первичных параметров, полученных на различных участках траектории цели, обусловленных изменением эффективной площади рассеяния цели и, как следствие, отношения "сигнал/шум".

### Просветная радиолокационная система, траекторная обработка, метод максимального правдоподобия, итерационный алгоритм Гаусса–Ньютона, эффективная площадь рассеяния цели, корреляционная матрица ошибок первичных измерений

Бистатические радиолокационные системы (БРЛС) с обнаружением "на просвет" позволяют эффективно осуществлять обнаружение и измерение координат малоразмерных целей, в том числе имеющих радиопоглощающее покрытие. Для определения координат цели при использовании непрерывного зондирующего сигнала обычно используются измерения доплеровской частоты и направления прихода сигнала [1]–[6].

Недостатком двухкоординатных просветных БРЛС [4] является увеличение систематических ошибок определения координат с увеличением высоты полета цели. Другим недостатком алгоритмов траекторной обработки, рассмотренных в [4]–[6], является то, что при определении координат целей по вектору первичных измерений не учитывается информация об изменении бистатической эффективной площади рассеяния (БЭПР) цели при изменении ее углового положения.

В настоящей статье рассматривается алгоритм определения координат целей в трехкоординатной просветной БРЛС, свободный от указанных недостатков.

**Модель движения и процесса наблюдения.** Структура трехкоординатной просветной БРЛС показана на рис. 1, где приняты следующие обозначения: П – передающая позиция; Пр – приемная позиция; *b* – база системы; Ц – цель; **v** – вектор скорости цели; АВ –



траектория цели; CD – проекция траектории на горизонтальную плоскость; *x*, *y*, *z* – декартовы координаты;  $x_{np} - x$ -координата та точки пролета цели над линией базы;  $\varphi$  – проекция угла наклона траектории к линии базы на горизонтальную плоскость;  $\alpha$  – азимут цели;  $\beta$  – угол места цели;  $\beta_b$  – бистатический угол.

В трехкоординатной системе измеряемыми параметрами принимаемого сигнала являются частота Доплера  $f_{\Pi}$ , азимут  $\alpha$  и

угол места β. Последовательность *n* измерений первичных параметров образует вектор

$$\mathbf{z}_n = \begin{bmatrix} \hat{f}_{\boldsymbol{\mu}1}, \, \hat{\alpha}_1, \, \hat{\beta}_1, \, \dots, \, \hat{f}_{\boldsymbol{\mu}n}, \, \hat{\alpha}_n, \, \hat{\beta}_n \end{bmatrix}^{\mathrm{T}},\tag{1}$$

где "т" – символ транспонирования.

При использовании линейной модели движения цели в зоне действия просветного эффекта вектор траекторных параметров имеет вид  $\mathbf{x}_n = [x_n, y_n, z_n, v_x, v_y, v_z]^T$ , где  $x_n, y_n, z_n$ ,  $v_x, v_y, v_z$  – значения декартовых координат цели и скоростей их изменения соответственно.

Система уравнений, связывающих значения измеряемых первичных параметров со значениями траекторных параметров, имеет вид

$$\begin{cases} f_{\Pi}(\mathbf{x}_{n}) = -\frac{1}{\lambda} \begin{cases} \frac{[x_{n} - v_{x}(n-i)T]v_{x} + [y_{n} - v_{y}(n-i)T]v_{y} + [z_{n} - v_{z}(n-i)T]v_{z}}{\sqrt{[x_{n} - v_{x}(n-i)T]^{2} + [y_{n} - v_{y}(n-i)T]^{2} + [z_{n} - v_{z}(n-i)T]^{2}}} \\ + \frac{[y_{n} - v_{y}(n-i)T]v_{y} + [z_{n} - v_{z}(n-i)T]v_{z} - \{b - [x_{n} - v_{x}(n-i)T]\}v_{x}}{\sqrt{\{b - [x_{n} - v_{x}(n-i)T]\}^{2} + [y_{n} - v_{y}(n-i)T]^{2} + [z_{n} - v_{z}(n-i)T]^{2}}} } ; \end{cases}$$

$$(2)$$

$$\alpha_{i}(\mathbf{x}_{n}) = \operatorname{arctg} \frac{y_{n} - v_{y}(n-i)T}{x_{n} - v_{x}(n-i)T};$$

$$\beta_{i}(\mathbf{x}_{n}) = \operatorname{arctg} \frac{[z_{n} - v_{z}(n-i)T]^{2} + [y_{n} - v_{y}(n-i)T]^{2}}{\sqrt{[x_{n} - v_{x}(n-i)T]^{2} + [y_{n} - v_{y}(n-i)T]^{2}}}.$$

Ошибки измерений первичных параметров  $f_{\prod}$ ,  $\alpha$  и  $\beta$  будем полагать независимыми для каждого момента времени и между собой и распределенными по гауссовскому закону с дисперсиями  $\sigma_{fi}^2$ ,  $\sigma_{\alpha i}^2$ ,  $\sigma_{\beta i}^2$ , где *i* – номер элемента вектора первичных измерений.

Математическая модель процесса наблюдения может быть записана в следующей компактной форме:  $\mathbf{z}_n = \mathbf{h}_n(\mathbf{x}_n) + \Delta \mathbf{z}_n$ , где  $\mathbf{h}_n(\mathbf{x}_n)$  – нелинейная векторная функция с элементами, определяемыми (2),  $\Delta \mathbf{z}_n$  – вектор случайных ошибок измерения.

Кроме упомянутых ранее первичных параметров в просветной радиолокационной системе измеряется также амплитуда сигнала *а*. Измерения амплитуды не включены в состав вектора (1) по следующей причине. Значения частоты Доплера, азимута и угла места однозначно связаны с текущими координатами цели соотношениями (2). Указанные зависимости инвариантны по отношению к классу цели в отличие от амплитуды отраженного сигнала, которая, как это показано далее, определяется размерами и формой ее теневого контура, а следовательно, априори неизвестым классом цели. В связи с этим обстоятельством вектор изме-

рений амплитуды отраженного от цели сигнала  $\mathbf{a}_n = [a_1, a_2, ..., a_n]^T$  вводится отдельно.

Алгоритм траекторной обработки. Оптимальная оценка вектора параметров траектории  $\hat{\mathbf{x}}_n$  по вектору наблюдений  $\hat{\mathbf{z}}_n$  при использовании метода максимального правдоподобия находится в соответствии с правилом [5]:

$$\hat{\mathbf{x}}_n = \arg\min L_n(\mathbf{x}_n),\tag{3}$$

где  $L_n(\mathbf{x}_n) = [\mathbf{z}_n - \mathbf{h}_n(\mathbf{x}_n)]^{\mathrm{T}} G_n[\mathbf{z}_n - \mathbf{h}_n(\mathbf{x}_n)], G_n$  – матрица, обратная априорно неизвестной корреляционной матрице ошибок первичных измерений.

Для решения задачи минимизации (3) использован (аналогично [4]–[6]) итерационный метод Гаусса–Ньютона:

$$\hat{\mathbf{x}}_{n}^{i+1} = \hat{\mathbf{x}}_{n}^{i} + k \left( H_{n}^{\mathrm{T}} G_{n} H_{n} \right)^{-1} H_{n}^{\mathrm{T}} G_{n} \left[ \mathbf{z}_{n} - \mathbf{h}_{n} \left( \hat{\mathbf{x}}_{n}^{i} \right) \right],$$

$$\tag{4}$$

где  $\hat{\mathbf{x}}_{n}^{i}$  – оценка вектора параметров на *i*-й итерации; k – параметр, определяющий скорость сходимости;  $H_{n}^{\mathrm{T}} = \partial \mathbf{h}_{n}(\mathbf{x}_{n}) / \partial \mathbf{x}_{n} \Big|_{\mathbf{x} = \hat{\mathbf{x}}_{n}^{i}}$  – транспонированная матрица производных.

Сходимость итерационной процедуры (4) к глобальному минимуму функции  $L_n(\mathbf{x}_n)$ в решающей степени зависит от выбора начального приближения [4]–[6]. В трехкоординатной системе начальное приближение вектора траекторных параметров должно находиться с учетом направления прихода отраженного от цели сигнала в угломестной плоскости. Для получения начального приближения использовался метод линеаризации системы уравнений (2). При значениях бистатического угла, близких к 180°, эта система может быть записана в линеаризованном виде:

$$\begin{cases} f_{\Pi n} = -(v_y/\lambda) \Big[ \alpha_n + y_n/(b - x_n) \Big]; \\ \alpha_n = y_n/x_n; \\ \beta_n = h_n / \sqrt{x_n^2 + y_n^2}; \\ f_{\Pi 1} = -(v_y/\lambda) \Big[ \alpha_1 + y_1/(b - x_1) \Big]; \\ \alpha_1 = y_1/x_1; \\ \beta_1 = h_1 / \sqrt{x_1^2 + y_1^2}. \end{cases}$$
(5)

Система (5) имеет единственное аналитическое решение в виде

Известия вузов России. Радиоэлектроника. 2009. Вып. 4=

$$\begin{cases} x_n = \left(\lambda f_{\Pi n} f_{\Pi 1} \Delta t + b \alpha_1^2 f_{\Pi n} - b \alpha_n \alpha_1 f_{\Pi 1}\right) / u; \\ y_n = \alpha_n x_n; \\ h = \sqrt{x_n^2 + y_n^2} \operatorname{tg} \beta_n; \\ v_x = b \left[ f_{\Pi n} \alpha_1^2 + f_{\Pi 1} \alpha_n^2 - \alpha_n \alpha_1 \left( f_{\Pi 1} + f_{\Pi n} \right) \right] / (u \Delta t) \\ v_y = -\lambda f_{\Pi n} f_{\Pi 1} \left( \alpha_1 - \alpha_n \right) / u, \end{cases}$$

где  $u = \lambda f_{\Pi n} f_{\Pi 1} \Delta t / b + f_{\Pi n} \alpha_1^2 - f_{\Pi 1} \alpha_n^2$ .

Анализ рассмотренного метода получения начального приближения показывает, что точность оценок начального приближения достаточна для обеспечения схождения итерационной процедуры (4) к глобальному минимуму целевой функции.

Корреляционная матрица ошибок первичных измерений априорно неизвестна и должна оцениваться в процессе сопровождения цели. Наиболее просто она оценивается в предположении, что ошибки измерений первичных параметров  $f_{\Delta}$ ,  $\alpha$  и  $\beta$  независимы для каждого момента времени и между собой и распределены по гауссовскому закону с дисперсиями  $\sigma_f^2$ ,  $\sigma_{\alpha}^2$ ,  $\sigma_{\beta}^2$ , одинаковыми для всех моментов времени [4]–[6]. В этом случае элементы корреляционной матрицы ошибок первичных измерений могут быть найдены следующим образом:

$$\hat{\sigma}_{f,n}^{2} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left[ \hat{f}_{i} - \tilde{f}(t_{i}) \right]^{2} ; \\ \hat{\sigma}_{\alpha,n}^{2} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left[ \hat{\alpha}_{i} - \tilde{\alpha}(t_{i}) \right]^{2} ; \\ \hat{\sigma}_{\beta,n}^{2} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left[ \hat{\beta}_{i} - \tilde{\beta}(t_{i}) \right]^{2} ;$$

где  $\tilde{f}(t_i)$ ,  $\tilde{\alpha}(t_i)$ ,  $\tilde{\beta}(t_i)$  – сглаженные оценки первичных измерений. В случае принятой линейной модели движения цели изменение частоты Доплера и угловых координат также происходит по закону, близкому к линейному. Поэтому линейное сглаживание первичных параметров оказывается наиболее приемлемым.

БЭПР целей при движении от краев зоны обнаружения к линии базы изменяется на 40...50 дБ [3]. При этом ширина основного лепестка БЭПР типовых целей (как функции угла дифракции) в дециметровом диапазоне длин волн не превышает нескольких градусов. На рис. 2, *a*, *б* показаны графики зависимости БЭПР  $\sigma_{\rm E}$  от горизонтального угла ди-



*Puc.* 2
фракции, рассчитанные по моделям вертолета и крылатой ракеты соответственно. Тем не менее эффективное обнаружение и сопровождение целей могут осуществляться и в области боковых лепестков БЭПР.

Изменение БЭПР при движении цели приводит к пропорциональному изменению мощности отраженного сигнала и отношения "сигнал/шум". Поэтому составляющие вектора измерений первичных параметров, полученные в различные моменты времени, являются неравноточными.

Важным свойством БЭПР по сравнению с моностатической эффективной площадью рассеяния цели является то, что БЭПР – относительно медленно изменяющаяся функция углового положения цели, мало чувствительная к быстрым случайным изменениям ракурса цели [3]. Благодаря этому свойству БЭПР информацию о ее изменении в процессе сопровождения цели удается использовать для оптимизации весовой обработки вектора первичных измерений. Каждый элемент вектора измерений первичных параметров должен использоваться в алгоритме траекторной обработки с весом, который определяется с учетом оценки нормированной амплитуды отраженного сигнала в момент измерения. Запишем нормированный вектор измерений амплитуды отраженного сигнала в виде

 $\mathbf{a}_{n \text{ norm}} = (1/\hat{m}_{a,n})[\hat{a}_1, \dots, \hat{a}_i, \dots, \hat{a}_n]^{\mathrm{T}}$ , где  $\hat{m}_{a,n}$  – оценка среднего значения амплитуды сигнала на интервале наблюдения.

Средние на интервале наблюдения значения дисперсий ошибок измерения первичных параметров определяются средним значением амплитуды сигнала:  $\sigma_{f \, cp,n}^2 = 1/q^2 T_9^2$ ;  $\sigma_{\alpha(\beta) \, cp,n}^2 = \lambda^2 / (q^2 \gamma_9^2)$ , где  $q^2 = m_{a,n}^2 / \sigma_{u}^2$  – отношение "сигнал/шум" ( $\sigma_{u}^2$  – дисперсия шума);  $T_9 = \sqrt{(2\pi)^2 \int_{-\infty}^{\infty} t^2 U^2(t) dt} / \int_{-\infty}^{\infty} U^2(t) dt}$  – эффективная длительность сигнала ( $U^2(t)$  – закон амплитудной модуляции);  $\lambda$  – длина волны передатчика;  $\gamma_9 = \sqrt{(2\pi)^2 \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \vartheta^2(x) dx} / \int_{-\infty}^{\infty} \vartheta^2(x) dx}$  – эффективная ширина раскрыва антенны ( $\vartheta(x)$  –

амплитудное распределение поля по раскрыву антенны).

Учитывая приведенные соображения, алгоритм оценивания корреляционной матрицы ошибок первичных измерений запишем в виде

$$\hat{\sigma}_{f,i}^{2} = \begin{cases} k_{f} \Delta f, \ \hat{\sigma}_{f \ cp,n}^{2} / a_{i,\text{norm}}^{2} < k_{f} \Delta f; \\ \hat{\sigma}_{f \ cp,n}^{2} / a_{i,\text{norm}}^{2}, \ k_{f} \Delta f < \hat{\sigma}_{f \ cp,n}^{2} / a_{i,\text{norm}}^{2} < \Delta f; \\ \Delta f, \ \hat{\sigma}_{f \ cp,n}^{2} / a_{i,\text{norm}}^{2} > \Delta f. \end{cases}$$
(6)

Известия вузов России. Радиоэлектроника. 2009. Вып. 4=

$$\hat{\sigma}_{\alpha,i}^{2} = \begin{cases} k_{\alpha}\Delta\alpha, \ \hat{\sigma}_{\alpha}^{2} \ _{\text{cp},n} / a_{i,\text{norm}}^{2} < k_{\alpha}\Delta\alpha; \\ \hat{\sigma}_{\alpha}^{2} \ _{\text{cp},n} / a_{i,\text{norm}}^{2}, \ k_{\alpha}\Delta\alpha < \hat{\sigma}_{\alpha}^{2} \ _{\text{cp},n} / a_{i,\text{norm}}^{2} < \Delta\alpha; \\ \Delta\alpha, \ \hat{\sigma}_{\alpha}^{2} \ _{\text{cp},n} / a_{i,\text{norm}}^{2} > \Delta\alpha. \end{cases}$$

$$\hat{\sigma}_{\beta,i}^{2} = \begin{cases} k_{\beta}\Delta\beta, \ \hat{\sigma}_{\beta}^{2} \ _{\text{cp},n} / a_{i,\text{norm}}^{2} < k_{\beta}\Delta\beta; \\ \hat{\sigma}_{\beta}^{2} \ _{\text{cp},n} / a_{i,\text{norm}}^{2}, \ k_{\beta}\Delta\beta < \hat{\sigma}_{\beta}^{2} \ _{\text{cp},n} / a_{i,\text{norm}}^{2} < \Delta\beta; \\ \Delta\beta, \ \hat{\sigma}_{\beta}^{2} \ _{\text{cp},n} / a_{i,\text{norm}}^{2} > \Delta\beta, \end{cases}$$

$$(7)$$

где  $k_f$ ,  $k_{\alpha}$ ,  $k_{\beta}$  – эмпирические коэффициенты;  $\Delta f$ ,  $\Delta \alpha$ ,  $\Delta \beta$  – полосы пропускания фильтров пространственно-временной обработки сигналов по частоте Доплера, азимуту и углу места соответственно. При расчетах и моделировании эмпирические коэффициенты полагались равными 0.1. Использованные в (6)–(8) верхние и нижние границы получены исходя из очевидных физических ограничений: среднеквадратические отклонения ошибок измерения первичных параметров на практике, как правило, не могут быть меньше 10% (приблизительно) ширины полосы пропускания соответствующего фильтра и больше всей его полосы.

Результаты математического моделирования. Точность определения координат целей в трехкоординатной БРЛС с помощью разработанного алгоритма траекторной обработки оценивалась методом математического моделирования при движении цели по линейной траектории. При этом моделировались дискретные отсчеты отраженного от цели сигнала с учетом изменения БЭПР цели в зависимости от ее углового положения. Предполагалось, что прием отраженного сигнала производился в присутствии собственного шума приемника. Отсчеты собственного шума приемника моделировались как дискретный "белый" гауссовский шум. Измерения первичных параметров производились с использованием алгоритмов, описанных в [7], [8]. Работа алгоритма траекторной обработки исследовалась для двух случаев: в первом случае информация об изменении амплитуды отраженного сигнала не использовалась вообще, а во втором – использовалась для оценивания априорно неизвестной корреляционной матрицы ошибок первичных измерений. Усреднение оценок проводилось по 1000 независимых реализаций.

Результаты моделирования иллюстрируются рис. 3, a, b, на котором показаны зависимости СКО ошибок измерения координаты x (см. рис. 1) в зависимости от координаты



Рис. 3

у. Параметры системы полагались следующими: длина базы b = 40 км, длина волны  $\lambda = 0.5$  м, интервал первичных измерений T = 1 с. Моделировалось движение поперек линии базы целей, для которых построены графики БЭПР на рис. 2, со скоростями 50 и 150 м/с соответственно. Графики *1* построены для случая, когда информация об изменении амплитуды сигнала в алгоритме траекторной обработки не использовалась, графики 2 – при использовании этой информации.

Результаты моделирования показывают, что использование дополнительной весовой обработки вектора первичных измерений на основе данных об измерении амплитуды отраженного сигнала позволяет существенно повысить точность сопровождения целей по сравнению со случаем, когда эти данные не учитываются. При средних по траектории СКО ошибок измерения первичных параметров  $\sigma_f = 1 \Gamma \mu$ ,  $\sigma_{\alpha} = \sigma_{\beta} = 0.5^\circ$  ошибки определения координаты *x*, измеряемой вдоль линии базы, составляют менее 1% от длины базы при высотах полета, составляющих до нескольких процентов от длины линии базы. Точности определения поперечных по отношению к базе координат *y* и *z* примерно на порядок выше.

## Список литературы

1. Willis N. J. Bistatic radar / Silver Spring, MD, USA: Technology service corporation, 1995. 336 p.

2. Bistatic radar: principles and practice / ed. by M. Cherniakov. Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons, 2007. 504 p.

2. Howland P. E. A passive metric radar using a transmitter of opportunity // Proc. of int. radar conf. Paris, France; 3–6 may, 1994. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 1994. P. 251–256.

3. Blyakhman A. B. Forward scattering bistatic radar // Proc. of the workshop on advances in radar methods, Hotel Dino, Baveno, Italy, 20–22 july, 1998. Cambridge, USA: Electromagnetic academy, 1998. P. 107–113.

4. Blyakhman A. B., Ryndyk A. G., Sidorov S. B. Forward scattering radar moving objects coordinates measurement // Record of the IEEE 2000 int. radar conf., Alexandria, USA, 7–12 may, 2000. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2000. P. 678–682.

5. Blyakhman A. B., Myakinkov A. V., Ryndyk A. G. Algorithm of target tracking for three-dimensional bistatic forward scattering radar // Proc. IV int. radar symp. "IRS 2004", Warsaw, Poland, 19–21 may, 2004 / Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2004. P. 309–324.

6. Бляхман А. Б., Мякиньков А. В., Рындык А.Г. Измерение координат целей в трехкоординатных бистатических РЛС с обнаружением "на просвет" // Радиотехника и электроника. 2006. № 4. С. 422–427.

7. Myakinkov A.V. Ryndyk A.G. Space-time processing in three-dimensional forward scattering radar // Proc. of IV int. conf. on ant. theory and tech., Sevastopol, Ukraine, 9–12 sept. 2003. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2003. P. 355–358.

8. Бляхман А. Б., Мякиньков А. В., Рындык А. Г. Пространственно-временная обработка сигналов в бистатической просветной РЛС с антенной решеткой // Радиотехника и электроника. 2004. № 6. С. 707–712.

#### A. V. Myakinkov

State technical university of Nizhniy Novgorod

# The optimization of tracking algorithm for three-dimensional bistatic forward scattering radar in conditions of primary measurements with varying accuracy

The tracking algorithm based on the maximum likelihood method for three-dimensional bistatic forward scattering radar is considered. The particular feature of considered algorithm is taking into account the varying of the accuracy of primary measurements at different parts of the target trajectory. This varying of the accuracy is caused by the varying of the forward scattering radar cross section of the target followed by the varying of signal-to-noise ratio.

Forward scattering radar, tracking, maximum-likelihood method, Gauss-Newton iterative algorithm, target radar cross section, correlation matrix of the errors of primary measurements

Статья поступила в редакцию 8 июня 2009 г.



Наши авторы

# Аряниев Михаил Юрьевич

Аспирант Уральского государственного технического университета (УГТУ) – УПИ по кафедре радиоэлектронных и телекоммуникационных систем. Окончил УГТУ – УПИ (2005) по специальности "Радиоэлектронные системы". Автор восьми научных публикаций. Сфера научных интересов - нелинейная обработка сигналов; адаптивные алгоритмы обнаружения; компенсация помех. Тел. 8(922)1434549. E-mail: temp4stuff@mail.ru

## Булычев Юрий Гурьевич

Заслуженный деятель науки РФ, доктор технических наук (1990), профессор (1994), начальник кафедры специальных радиотехнических систем Ростовского военного института ракетных войск. Автор более 300 научных трудов. Сфера научных интересов – системный анализ и синтез информационно-измерительных систем.

Тел. 8(863)2451151. E-mail: ProfBulychev@yandex.ru

# Бычков Юрий Александрович

Доктор технических наук (1988), профессор (1988) кафедры теоретических основ электротехники Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина). Автор более 200 научных трудов. Сфера научных интересов – нелинейные системы управления.

Тел. 8(812)3461796.

## Валеев Валерий Гизатович

Доктор технических наук (1984), профессор (1988) кафедры радиоэлектронных и телекоммуникационных систем Уральского государственного технического университета – УПИ. Автор более 100 научных трудов. Сфера научных интересов – повышение помехоустойчивости радиоэлектронных систем.

Тел. 8(902)8772000. E-mail: vg valeev@list.ru

# Васильев Андрей Викторович

Преподаватель Военного авиационного инженерного университета (г. Воронеж). Окончил Тамбовское высшее военное авиационное инженерное училище радиоэлектроники (1992). Автор 12 научных трудов. Сфера научных интересов – дистанционные методы зондирования; математическое моделирование.

Тел. 8(915)5886765. E-mail: anvsl@yandex.ru

# Вернигора Владимир Николаевич

Технический директор ФГУП «ВНИИ "Градиент"». Окончил Таганрогский радиотехнический институт имени В. Д. Калмыкова (1983) по специальности "Радиотехника". Автор более 40 научных трудов. Сфера научных интересов – радиотехнические системы. Тел. 8(863)2323613. E-mail: gradient@aaanet.ru

# Востреиов Алексей Геннадьевич

Доктор технических наук (1998), профессор (1999), проректор по научной работе Новосибирского государственного технического университета. Автор свыше 150 научных трудов. Сфера научных интересов – методы устойчивого обнаружения, различения и оценивания сигналов в задачах радиолокации, радионавигации и передачи данных.

Тел. 8(383)3464872. E-mail: vostretsov@adm.nstu.ru

# Дегтярев Сергей Андреевич

Аспирант Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина) по кафедре теоретических основ электротехники, ассистент указанной кафедры. Окончил Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М. А. Бонч-Бруевича (2007) по специальности "Аудиовизуальная техника". Автор девяти научных публикаций. Сфера научных интересов – цифровая обработка сигналов; математическое моделирование нелинейных систем с использованием искусственных нейронных сетей и полиномиальных моделей.

Тел.8(812)5250534. E-mail: s.a.degtyarev@mail.ru

## Ермоленко Игорь Анатольевич

Кандидат технических наук (1972), профессор (2001) кафедры теоретических основ радиотехники Балтийской государственной академии рыбопромыслового флота. Автор более 120 научных трудов. Сфера научных интересов – статистическая радиофизика и радиотехника; вопросы определения и измерения характеристик шумов и флуктуаций радиосигналов в полупроводниковых радиоустройствах.

Тел. 8(4012)464430. E-mail: n-lis@inbox.ru

#### Кононов Евгений Александрович

Аспирант Балтийской государственной академии рыбопромыслового флота по кафедре теоретических основ радиотехники. Окончил Российский государственный университет им. И. Канта (2007) по специальности "Радиофизика и электроника". Сфера научных интересов – статистическая радиофизика; вопросы определения и измерения кратковременной нестабильности частоты радиосигналов в полупроводниковых радиоустройствах.

Тел. 8(4012)737785. E-mail: west85@rambler.ru

# Кутузов Владимир Михайлович

Доктор технических наук (1997), профессор (1999), ректор Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина). Автор более 200 научных трудов. Сфера научных интересов – разработка и применение радиолокационных систем; обработка радиолокационной информации.

Тел. 8(812)9441772. E-mail VMKutuzov@eltech.ru

# Мазуров Кирилл Андреевич

Магистр техники и технологии по направлению "Радиотехника" (2009), аспирант Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина) по кафедре радиотехнических систем. Сфера научных интересов – радиолокация; коротковолновая радиосвязь.

Тел. 8(961)8081149. E-mail: mka\_spb\_leti@mail.ru

# Мозоль Александр Анатольевич

Адъюнкт Ростовского военного института ракетных войск (РВИРВ) им. М. И. Неделина по кафедре специальных радиотехнических систем. Окончил РВИРВ (2005) по специальности "Радиотехника". Автор более 30 научных трудов. Сфера научных интересов – синтез информационноизмерительных систем.

Тел. 8(906)1868379.

## Морковкин Владимир Андреевич

Кандидат технических наук (1984), доцент кафедры информационных технологий Ростовской академии сервиса Южно-Российского государственного университета экономики и сервиса. Автор более 100 научных трудов. Сфера научных интересов – информационные технологии и системы управления.

Тел. 8(863)2308501. E-mail: morkovkinva@mail.ru

#### Мякиньков Александр Валерьевич

Кандидат технических наук (2004), доцент кафедры информационных радиосистем Нижегородского государственного технического университета. Автор 22 научных трудов. Сфера научных интересов – радиолокация.

Тел. 8(905)1926503. E-mail: redvillage@mail.ru

#### Нахмансон Геннадий Симонович

Доктор технических наук (1993), профессор (1992) кафедры передающих и приемных радиоустройств Военного авиационного инженерного университета (г. Воронеж). Автор более 250 научных трудов. Сфера научных интересов – обработка широкополосных сигналов в сложных радиотехнических системах; оптическая обработка сигналов в реальном масштабе времени; дистанционные методы зондирования.

Тел. 8(4732)264483. E-mail: nahg@vmail.ru

## Нечаенко Александр Геннадьевич

Военнослужащий, соискатель Ростовской академии сервиса Южно-Российского государственного университета экономики и сервиса по кафедре информационных технологий. Окончил Ставропольский военный институт связи ракетных войск (2000) по специальности "Радиосвязь, радиовещание и телевидение". Автор шести научных публикаций. Сфера научных интересов – информационные технологии и системы управления.

Тел. 8(863)2308501.

# Павлов Александр Сергеевич

Магистр техники и технологии по направлению "Проектирование и технология электронных средств", аспирант Новосибирского государственного технического университета по кафедре конструирования и технологии радиоэлектронных средств. Автор 21 научного труда. Сфера научных интересов – цифровая связь; цифровая обработка сигналов; теория обнаружения и различения сигналов. Тел. 8(913)4533764. Е-mail: aspavlov@center54.com

## Соловьева Елена Борисовна

Доктор технических наук (2002), доцент (1996), заведующая кафедрой теоретических основ электротехники Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина). Автор более 145 научных трудов. Сфера научных интересов – идентификация, моделирование и синтез нелинейных аналоговых и цифровых систем на основе операторного подхода с применением полиномиальных и нейронных конструкций. Тел. 8(812)7365687. Е-mail: selenab@hotbox.ru

## Шумаков Александр Александрович

Аспирант Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина) по кафедре теоретических основ электротехники. Окончил Псковский вольный институт (2007) по специальности "Прикладная математика и информатика". Сфера научных интересов – численные методы.

E-mail: see.ees@mail.ru

#### Щербаков Сергей Валерьевич

Доктор технических наук (1999), профессор (2001), первый заместитель председателя Государственного комитета Псковской области по организации государственных закупок. Автор 98 научных работ. Сфера научных интересов – математическое моделирование; численные методы и комплексы программ.

Тел. 8(8112)722224.

# Требования к оформлению статей, предлагаемых для публикации в журнале "Известия вузов России. Радиоэлектроника"<sup>3</sup>

Верстка журнала осуществляется с электронных копий. Используется компьютерная обработка штриховых и полутоновых (в градациях серого) рисунков. Журнал изготавливается по технологии офсетной печати.

В редакционный совет журнала "Известия вузов России. Радиоэлектроника" необходимо представить:

- распечатку рукописи (1 экз.). Распечатка должна представлять собой твердую копию файла статьи;
- электронную копию (дискета либо CD). По предварительному согласованию с редсоветом допустима передача по электронной почте;
- отдельный файл для каждого рисунка и каждой таблицы в формате тех редакторов, в которых они были подготовлены (также возможна передача по электронной почте по предварительному согласованию). Размещение рисунка в электронной копии не освобождает от его представления отдельным файлом;
- элементы заглавия на английском языке (1 экз.);
- экспертное заключение о возможности опубликования в открытой печати (1 экз.);
- справку об авторах и ее электронную копию на русском и английском языках (1 экз.);
- рекомендацию кафедры (отдела) к опубликованию (следует указать предполагаемую рубрику) (1 экз.);
- сопроводительное письмо (1 экз.).

#### Правила оформления текста

- Подготавливается в текстовом редакторе Microsoft Word.
- Формулы подготавливаются во встроенном редакторе формул Microsoft Word или в редакторе MathType.
- Шрифтовое начертание обозначений в формулах, в таблицах и в основном тексте должно быть полностью идентичным.
- Ссылки на формулы и таблицы даются в круглых скобках, ссылки на использованные источники (литературу) в квадратных прямых.
- Распечатка подписывается всеми авторами.
- Формат бумаги А4. Параметры страницы: поля верхнее 3 см, левое и нижнее 2.5 см, правое 2 см; колонтитулы верхний 2 см, нижний 2 см.
- Элементы заглавия публикуемого материала
- УДК.
- Перечень авторов (разделяется запятыми, инициалы перед фамилиями).
- Место работы авторов.

Если авторы относятся к разным организациям, то после указания всех авторов, относящихся к одной организации, даются ее наименование, затем список авторов, относящихся к второй организации, и т. д.

- Название статьи.
- Аннотация 3–7 строк, характеризующих содержание статьи.
- Ключевые слова 3–10 слов и словосочетаний, отражающих содержание статьи, разделенных запятыми.
- Каждый элемент заглавия приводится, начиная с новой строки.
- Основной текст
- Шрифт Times New Roman 12 pt, выравнивание по ширине, первая строка с отступом 1 см, интервал межстрочный "Множитель 1.2".
- Подстрочные ссылки используются постраничные, шрифт Times New Roman 10 pt, выравнивание по ширине, интервал межстрочный одинарный; имеют сквозную нумерацию в пределах статьи.

Список литературы

- Строка с текстом "Список литературы".
- Собственно список литературы: каждая ссылка с номером в отдельном абзаце. Выполняется по ГОСТ 7.1-2003. Библиографическое описание документа. Введ. 01.07.2004. М.: Изд-во стандартов, 2004 или ГОСТ 7.0.5-2008.
- Не должен превышать 10 (для обзорных заказных статей 20) наименований; приводятся только источники, на которые есть ссылки в тексте (ссылки на неопубликованные работы не допускаются).
- Ссылки на материалы, размещенные на электронных носителях, следует давать лишь в крайнем случае. Редакция оставляет за собой право потребовать от автора замены ссылки, если на момент обработки статьи по указанному адресу материал будет отсутствовать.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Приводится в сокращении. Полный текст требований публикуется ежегодно в первом выпуске журнала.

## Элементы заглавия на английском языке

- Перечень авторов (разделяется запятыми, инициалы перед фамилиями).
- Место работы авторов.

Если авторы относятся к разным организациям, то после указания всех авторов, относящихся к одной организации, даются ее наименование, затем список авторов, относящихся к второй организации, и т. д.

- Название статьи.
- Аннотация.
- Ключевые слова.

Элементы заглавия на английском языке должны представлять собой перевод соответствующих элементов заглавия, приведенных на русском языке перед основным текстом.

## Верстка формул

- Формулы подготавливаются во встроенном редакторе формул Microsoft Word или в редакторе MathType; нумеруются только те формулы, на которые есть ссылки в тексте статьи; использование при нумерации букв и других символов не допускается.
- Формулы, как правило, выключаются в отдельную строку; в тексте допустимо расположение только однострочных формул, на которые нет ссылок (надстрочные и подстрочные символы в таких формулах допустимы).
- Выключенные в отдельную строку формулы выравниваются по середине строки, номер (при необходимости) заключается в круглые скобки и выравнивается по правому краю текста.
- Все впервые встречающиеся в формуле обозначения должны быть расшифрованы сразу после формулы.

## Верстка рисунков

- Рисунки, представляющие собой графики, схемы и т. п., должны быть выполнены в графических векторных редакторах (встроенный редактор Microsoft Word, CorelDraw, Microsoft Visio и т. п.). Использование точечных форматов (.bmp, .jpeg, .tif, .html) допустимо только для рисунков, представление которых в векторных форматах невозможно (фотографии, копии экрана монитора и т. п.).
- Рисунок может содержать несколько полей, если приведенные на них данные имеют тематическую общность и примерно равные размеры.
- Следует стремиться к горизонтальному размеру рисунка, равному 16.5 или 8 см.
- Первая ссылка на рисунок производится, например, как рис. 3, повторные как (см. рис. 3).
- На рисунке следует приводить минимум текста и обозначений; обозначения размещаются на линиях-выносках.
- При формировании рисунка, представляющего собой схему, следует придерживаться требований соответствующих ГОСТ.
- На рисунках, представляющих собой графики зависимостей, следует дать лишь засечки на осях, причем все засечки должны быть оцифрованы.
- Длины и шаг засечек следует устанавливать таким образом, чтобы на рисунке не было пустых областей.
- При невозможности представить электронные версии рисунков следует представить твердые копии, обеспечивающие качественное воспроизведение рисунка после сканирования.

#### Верстка таблиц

- Таблица состоит из следующих элементов: нумерационного заголовка (слова "Таблица" и ее номера арабскими цифрами); головки (заголовочной части), включающей заголовки граф (объясняют значение данных в графах); боковика (первой слева графы) и прографки (остальных граф таблицы). Боковик может отсутствовать.
- Ни один элемент таблицы не должен оставаться пустым.

## Справка об авторах

Включает для каждого автора фамилию, имя, отчество (полностью), ученую или академическую степень, ученое звание (с датами присвоения и присуждения), краткую научную биографию, количество печатных работ и сферу научных интересов (5–6 строк), название организации, служебный и домашний адреса, служебный и домашний телефоны, адрес электронной почты, при наличии – факс. Если ученых и/или академических степеней и званий нет, то следует указать место получения высшего образования, год окончания вуза и специальность. В справке следует указать автора, ответственного за прохождение статьи в редакции.

В целях ускорения прохождения рукописи целесообразно представить рецензию независимого специалиста, выполненную в свободной форме.

Рукописи аспирантов публикуются бесплатно.

Технические вопросы можно выяснить по адресу monchak@yandex.ru

# Требования к оформлению статей, предлагаемых для публикации в журнале "Известия вузов России. Радиоэлектроника"

Верстка журнала осуществляется с электронных копий. Используется компьютерная обработка штриховых и полутоновых (в градациях серого) рисунков. Журнал изготовляется по технологии офсетной печати. В редакционный совет журнала "Известия вузов России. Радиоэлектроника" необходимо представить:

- распечатку рукописи (1 экз.). Распечатка должна представлять собой твердую копию файла статьи;
- электронную копию (дискета либо CD). По предварительному согласованию с редсоветом допустима передача по электронной почте;
- отдельный файл для каждого рисунка и каждой таблицы в формате тех редакторов, в которых они были подготовлены (также возможна передача по электронной почте по предварительному согласованию). Размещение рисунка в электронной копии не освобождает от его представления отдельным файлом;
- аннотацию на английском языке (1 экз.);
- экспертное заключение о возможности опубликования в открытой печати (1 экз.);
- справку об авторах и ее электронную копию (1 экз.);
- рекомендацию кафедры (отдела) к опубликованию (следует указать предполагаемую рубрику) (1 экз.);
- сопроводительное письмо (1 экз.).

## Правила оформления текста

- Подготавливается в текстовом редакторе Microsoft Word.
- Применение полужирного и курсивного шрифтов, а также подчеркивания, допустимо при крайней необходимости.
- Формулы подготавливаются во встроенном редакторе формул Microsoft Word или в редакторе MathType.
- Начертание обозначений в формулах и основном тексте должны быть полностью идентично.
- Математические обозначения равенства, подобия, соотношений множеств и их элементов, логических функций и кванторов, знаки ' (штрих), ° (град), Ø, римские цифры, дефис, другие специальные знаки следует повторить простым карандашом на поле распечатки с текстовой расшифровкой.
- Ссылки на формулы и таблицы даются в круглых скобках, ссылки на использованные источники (литературу) в квадратных прямых.
- Основной текст не может завершаться рисунком или таблицей.
- Дополнительный, поясняющий текст следует выносить в подстрочные ссылки при помощи знака сноски, а при большом объеме оформлять в виде приложения к статье.
- Распечатка подписывается всеми авторами.

# Верстка текста

- Параметры страницы: поля: верхнее 3 см, левое и нижнее 2.5 см, правое 2 см; верхний колонтитул 2 см, нижний колонтитул 2 см.
- Формат бумаги А4.
- Первая строка: УДК, шрифт Arial 12 pt, выравнивание по левому краю, автоматические переносы отключены, интервалы "перед" 18 pt, "после" 6 pt, межстрочный "Множитель 1.2".
- Перечень авторов, разделенный запятыми: инициалы перед фамилиями, после каждого инициала точка и пробел (не отрывать инициалы от фамилии); шрифт Arial 14 pt, жирный, курсив, выравнивание по правому краю, отступ слева 1 см, автоматические переносы отключены, интервалы "перед" и "после" 0 pt, межстрочный "Множитель 1.2".
- Место работы авторов: шрифт Arial 12 pt, курсив, выравнивание по правому краю, отступ слева 1 см, автоматические переносы отключены, интервалы "перед" и "после" 0 pt, межстрочный "Множитель 1.2".
   Если авторы относятся к разным организациям, то после указания всех авторов, относящихся к одной организации, дается ее наименование, затем список авторов, относящихся к второй организации, и т. д.
- После перечня авторов и организаций название статьи: шрифт Arial 18 pt, выравнивание по левому краю, отступы слева 0.5 см, автоматические переносы отключены, интервалы "перед" и "после" 6 pt, межстрочный "Множитель 1.2".
- Аннотация 3–7 строк, характеризующих содержание статьи: шрифт Times New Roman 10 pt, курсив, выравнивание по ширине, отступы слева и справа 1.5 см, первая строка отступ 0.7 см, интервалы "перед" и "после" 12 pt, межстрочный одинарный.
- Ключевые слова 3–10 слов и словосочетаний, отражающих содержание статьи, разделенных запятыми (в конце списка точка не ставится): шрифт Times New Roman 10 pt, жирный; регистр, "Как в предложениях", выравнивание по левому краю, автоматические переносы отключены, интервалы "перед" 0 pt, "после" 6 pt, интервал межстрочный одинарный.

- Основной текст: шрифт Times New Roman 12 pt, выравнивание по ширине, первая строка отступ 1 см, интервал межстрочный "Множитель 1.2".
- Подстрочные ссылки используются постраничные; шрифт Times New Roman 10 pt, выравнивание по ширине, интервал межстрочный одинарный; имеют сквозную нумерацию в пределах статьи.
- Строка с текстом "Список литературы": шрифт Times New Roman 12 pt, выравнивание по центру, интервалы "перед" 12 pt, "после" 6 pt, межстрочный "Множитель 1.2".
- Собственно список литературы: каждая ссылка с номером в отдельном абзаце, шрифт Times New Roman 10 pt, первая строка отступ 0.7 см, выравнивание по ширине, интервал межстрочный одинарный.
- Перечень авторов на английском языке, разделенный запятыми: инициалы перед фамилиями, после каждого инициала точка и пробел (не отрывать инициалы от фамилии), шрифт Arial 10 pt, жирный курсив, выравнивание по левому краю, автоматические переносы отключены, интервалы "перед" 12 pt, "после" 0 pt, межстрочный одинарный.
- Место работы авторов на английском языке: шрифт Arial 10 pt, курсив, выравнивание по левому краю, автоматические переносы отключены, интервалы "перед" 12 pt, "после" 0 pt, межстрочный одинарный. Если авторы относятся к разным организациям, то после указания всех авторов, относящихся к одной
  - организации, дается ее наименование, затем список авторов, относящихся к второй организации, и т. д.
- После перечня авторов и организаций название статьи на английском языке: шрифт Arial 10 pt, жирный, регистр "Как в предложениях", выравнивание по левому краю, автоматические переносы отключены, интервалы "перед" 6 pt, "после" 0 pt, межстрочный одинарный.
- Аннотация на английском языке 3–7 строк, характеризующих содержание статьи: шрифт Times New Roman 10 pt, курсив, выравнивание по ширине, отступы слева 1.5 см, справа 1.5 см, первая строка отступ 0.7 см, интервалы "перед" и "после" 6 pt, межстрочный одинарный. Аннотация на английском языке должна быть переводом аннотации на русском языке, размещенной в заголовочной части статьи.
- Ключевые слова на английском языке 3–10 слов и словосочетаний, отражающих содержание статьи, разделенных запятыми (в конце списка точка не ставится): шрифт Times New Roman 10 pt, выравнивание по левому краю, автоматические переносы отключены, интервалы "перед" 0 pt, "после" 6 pt, межстрочный одинарный.

## Верстка формул

- Формулы подготавливаются во встроенном редакторе формул Microsoft Word или редакторе MathType; нумеруются только те формулы, на которые есть ссылки в тексте статьи; использование при нумерации букв и других символов не допускается.
- Формулы, как правило, выключаются в отдельную строку, в тексте допустимо расположение только однострочных формул, на которые нет ссылок (надстрочные и подстрочные символы в таких формулах допустимы).
- Выключенные в отдельную строку формулы выравниваются по середине строки, номер (при необходимости) заключается в круглые скобки и выравнивается по правому краю строки.
- Необходимо использовать следующие установки редактора формул: размеры: полный 12 pt, подстрочный 10 pt, под-подстрочный 9 pt, символ 18 pt, подсимвол 12 pt; стили: текст, функция, число шрифт Times New Roman, вектор-матрица шрифт Times New Roman, жирный, греческий малый, греческий большой, символ шрифт Symbol, переменная шрифт Times New Roman, курсив.
- При записи формул следует придерживаться следующих условий: латинские обозначения скалярных переменных вводятся стилем редактора "переменная", т. е. курсивом, все остальные обозначения скалярных переменных вводятся прямым шрифтом (стили греческий малый, греческий большой, символ для греческого шрифта, текст для остальных шрифтов); векторы водятся стилем "вектор-матрица" прямым полужирным (при обозначении вектора греческим шрифтом следует использовать стиль "другой" и указать жирное начертание вручную), функции вводятся стилем "функция", для индексов используется стиль "переменная" только в том случае, если они, в свою очередь, указывают на скалярные переменные, обозначенные латинским шрифтом, во всех остальных случаях для индексов используется стиль "текст".
- Цифры, скобки и знаки математических операций вводятся только прямым шрифтом.
- При работе в редакторе формул следует максимально использовать его возможности для ввода математических обозначений (в частности, при вводе скобок и знаков математических операций необходимо пользоваться шаблонами редактора, а не клавиатурой).
- Все впервые встречающиеся в формуле обозначения должны быть расшифрованы сразу после формулы: после нее ставится запятая, а на следующей строке без абзацного отступа после слова "где" приводятся все обозначения и через тире – их расшифровки; список должен быть составлен в порядке появления обозначений в формуле; в многострочных формулах вначале полностью описывается числитель, а затем знаменатель; изменение индекса также считается введением нового обозначения, требующим новой расшифровки.
  - Если при расшифровке встречается обозначение, в свою очередь требующее формульной записи и расшифровки, то с ним поступают как с отдельной формулой, но расшифровку помещают в круглые скобки.

## Верстка рисунков

- Рисунки, представляющие собой графики, схемы и т. п., должны быть выполнены в графических векторных редакторах (встроенный редактор Microsoft Word, CorelDraw, Microsoft Visio и т. п.). Использование точечных форматов (.bmp, .jpeg, .tif, .html) допустимо только для рисунков, представление которых в векторных форматах невозможно (фотографии, копии экрана монитора и т. п.).
- На рисунках должны размещаться только сам рисунок и его нумерационный заголовок (например, "Рис. 3"). Описание самого рисунка и введенных на нем обозначений следует приводить в основном тексте статьи. Нумерационный заголовок рисунка помещается под ним по его середине.
- Каждый рисунок вместе с номером должен помещаться в текстовое поле или в поле объекта (в терминах Microsoft Word).
- Следует стремиться к горизонтальному размеру рисунка, равному 16.5 или 8 см (в первом случае рисунок будет заверстан вразрез текста, во втором в оборку).
- Рисунок может содержать несколько полей, если приведенные на них данные имеют тематическую общность и примерно равные размеры; каждое поле помечается русской буквой в алфавитном порядке, обозначения размещаются под полем по его середине; последовательность полей должна совпадать с последовательностью их первого упоминания в тексте.
- Рисунок размещается в ближайшем возможном месте после первого упоминания его или какого-либо его поля в тексте.
- Первая ссылка на рисунок производится, например, как рис. 3, последующие как (см. рис. 3), применение скобок определяется требованиями орфографии.
- На рисунке следует приводить минимум текста и обозначений, обозначения размещать на линияхвыносках; каждый фрагмент текста давать в отдельном текстовом поле, при необходимости отключать у полей линии и заливку.
- Основные линии на рисунках (границы блоков и соединительные линии на схемах, линии графиков) имеют толщину 1.25 pt, вспомогательные (выноски, оси, размерные линии) 0.75 pt.
- При формировании рисунка, представляющего собой схему, следует придерживаться требований ГОСТ ЕСКД, ЕСПД (в частности, недопустимо использовать условные графические обозначения, соответствующие стандартам США и Европы, но не совпадающие с предусмотренными ГОСТ)
- На рисунках, представляющих собой графики зависимостей, не следует давать размерную сетку, следует дать лишь засечки на осях, причем все засечки должны быть оцифрованы.
- Если оси на рисунках оцифрованы, то они завершаются на позиции очередной засечки, где засечка не ставится, а вместо цифровых значений даются обозначение переменной и (через запятую) единица измерения.
- Если оси не оцифровываются, то они завершаются стрелками, рядом с которыми даются обозначения переменных без единиц измерения.
- Длины и размерность осей следует устанавливать таким образом, чтобы на рисунке не было пустых областей, т. е. каждая из засечек должна оцифровывать хотя бы некоторые точки одной из приведенных кривых.
- Все текстовые фрагменты и обозначения на рисунке даются шрифтами размером 10 pt с единичным межстрочным интервалом; цифровые обозначения, буквенные обозначения полей и номер рисунка даются курсивом.
- При необходимости в отдельных текстовых полях на рисунке могут помещаться обозначения и тексты, сформированные в редакторе формул; при этом следует использовать следующие установки редактора: размеры: полный 10 pt, подстрочный 8 pt, под-подстрочный 7 pt, символ 14 pt, подсимвол 10 pt.
- Ссылки на обозначения на рисунке в основном тексте даются тем же начертанием (прямым или курсивом), как на рисунке, но с размером шрифта 12 pt.
- В распечатке рисунки могут быть вмонтированы в текст в ближайшем месте от ссылок на них либо место их размещения помечается на левом поле страницы в прямоугольной рамке.
- При невозможности представить электронные версии рисунков следует представить только твердые копии, обеспечивающие качественное воспроизведение после сканирования (графики – черной тушью на белой бумаге, фотографии – на матовой бумаге размером не менее 9×12 см, не более 21×30 см).

## Верстка таблиц

- Текст в таблицах печатается через 1 интервал, шрифт Times New Roman, основной текст 10 pt, индексы 8 pt.
- Таблица состоит из следующих элементов: нумерационного заголовка; головки (заголовочной части), включающей заголовки граф (объясняют значение данных в графах); боковика (первой слева графы) и прографки (остальных граф таблицы). Боковик может состоять из нескольких первых слева граф.
- Нумерационный заголовок содержит слово "Таблица" и ее номер арабскими цифрами (без знака номера перед ними, без точки на конце), предваряет тематический заголовок. Ссылка в тексте на таблицу дается аналогично ссылкам на рисунки. Нумерационный заголовок выравнивается по правому полю и выделяется

светлым курсивом. Нумерация таблиц сквозная в пределах статьи. Если таблица единственная, нумерационный заголовок не дается, а ссылка в тексте приводится по типу "см. таблицу".

- Над продолжением таблицы на новой странице ставится заголовок "Продолжение табл. 5" (если таблица на данной странице не оканчивается) или "Окончание табл. 5" (если таблица на данной странице оканчивается). Если таблица продолжается на одной или на нескольких последующих страницах, то головка ее должна быть повторена на каждой последующей странице.
- Ни один элемент таблицы не должен оставаться пустым.
- Заголовки пишут в именительном падеже единственного или множественного числа без произвольного сокращения слов (допустимы только общепринятые сокращения всех видов: графические сокращения, буквенные аббревиатуры и сложносокращенные слова). Множественное число ставится только тогда, когда среди текстовых показателей графы есть показатели, стоящие во множественном числе.
- В одноярусной головке все заголовки пишутся с прописной буквы. В двух- и многоярусных головках заголовки верхнего яруса пишутся с прописной буквы, а заголовки второго, третьего и т. д. ярусов с прописной буквы, если они грамматически не подчинены стоящему над ними заголовку верхнего яруса, и со строчной, если они грамматически подчинены стоящему над ними заголовку.

## Список литературы

- Выполняется по ГОСТ 7.1-2003. Библиографическое описание документа. Введ. 01.07.2004. М.: ИПК Издательство стандартов, 2004 либо на ГОСТ Р 7.0.5-2008. Библиографическая ссылка. Общие требования и правила составления. Введ. 28.04.2008. М.: Стандартинформ, 2008
- Не должен превышать 10 (для обзорных заказных статей 20) наименований, приводятся только источники, на которые есть ссылки в тексте (ссылки на неопубликованные работы не допускаются).
- Ссылки на материалы, размещенные на электронных носителях, следует давать лишь в крайнем случае; при этом необходимо указать электронный адрес до конкретного материала (т. е. включая сегмент, оканчивающийся расширением, соответствующим текстовому документу) и дату обращения к нему, либо полный издательский номер CD или DVD. Редакция оставляет за собой право потребовать от автора замены ссылки, если на момент обработки статьи по указанному адресу материал будет отсутствовать.

Справка об авторах включает для каждого автора фамилию, имя, отчество (полностью), ученую или академическую степень, ученое звание (с датами присвоения и присуждения), краткую научную биографию, количество печатных работ и сферу научных интересов (5–6 строк), название организации, служебный и домашний адреса, служебный и домашний телефоны, адрес электронной почты, при наличии – факс. Если ученых и/или академических степеней и званий нет, то следует указать место получения высшего образования, год окончания вуза и специальность. В справке следует указать автора, ответственного за прохождение статьи в редакции.

Плата с аспирантов за публикацию рукописей не взимается.

Технические вопросы можно выяснить по адресу monchak@yandex.ru